

MAT - 2020/21

Tópicos de Sistemas Dinâmicos

infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab: CG - Edifício 6 - 3.48, tel: 253 604086

e-mail: scosentino@math.uminho.pt

url: <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

17 de Fevereiro de 2021

Objectivos de ensino

Pretende-se que o aluno identifique as principais características do comportamento de um sistema dinâmico e analise a sua estabilidade.

Programa sucinto

Iteração e transformações, fluxos. Órbitas periódicas, natureza e estabilidade. Bifurcações, cascata de Feigenbaum. Conjuntos invariantes e atractores. Fractais. Introdução à dinâmica topológica. Recorrências, sistemas caóticos. Transformações expansoras. Transformações hiperbólicas. Dinâmica simbólica. Dinâmica complexa (conjuntos de Julia e de Mandelbrot). Entropia. Introdução à teoria ergódica.

Resultados de aprendizagem

- Descrever as noções básicas no estudo qualitativo das trajectórias.
- Dominar as técnicas de análise local das órbitas.
- Compreender as principais classes de transformações caóticas.
- Trabalhar exemplos de dinâmica em dimensão baixa.
- Aplicar os conceitos e as técnicas ao estudo de exemplos.

Avaliação

Avaliação contínua/periódica. 2 testes, valendo cada um 50% da nota final.

Avaliação por exame final. Um exame escrito. Os alunos com nota não inferior a 8 valores podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida no exame escrito.

Programa

Crescimento e decaimento. Progressão e série geométrica. Crescimento ou decaimento exponencial. Sucessão de Fibonacci.

Iteração e modelos discretos. Transformações. Análise gráfica. Transformação logística. Equações às diferenças finitas homogêneas, polinômio característico.

Fluxos e simulações. Equações diferenciais ordinárias. Equações autônomas, fluxos. Equações lineares. Simulações.

Sistemas dinâmicos topológicos. Trajetórias, órbitas, estados estacionários, órbitas periódicas. Iteração de transformações contínuas. Órbitas periódicas, observáveis, conjuntos invariantes.

Números e dinâmica. Representação decimal. Rotações da circunferência. Multiplicação por um inteiro. Deslocamentos de Bernoulli. Frações contínuas e mapa de Gauss.

Órbitas regulares e perturbações. Teoremas de ponto fixo. Bacia de atração. Princípio das contrações. Método de Heron.

Linearização. Natureza e estabilidade dos pontos fixos. Método de Newton.

Persistência e bifurcações. Cascata de Feigenbaum.

Recorrências. Conjuntos limite. Pontos recorrentes. Conjunto não-errante. Teorema de recorrência de Poincaré.

Transitividade e órbitas densas. Transformações transitivas. Conjuntos e transformações minimais. Teorema de Kronecker.

Perda de memória e independência assintótica. Dependência sensível das condições iniciais. Transformações misturadoras. Transformação tenda. Transformações expansoras. Expansão decimal.

Dinâmica simbólica. Deslocamentos de Bernoulli. Conjunto de Cantor. Conjuntos invariantes e atratores.

Dinâmica complexa. Interação de polinômios e funções racionais. Conjuntos de Julia e de Mandelbrot.

Entropia. Entropia topológica. Crescimento das órbitas periódicas. Função zeta.

Introdução à teoria ergódica. Medidas invariantes. Médias temporais, teorema ergódico de Birkhoff. Ergodicidade. Distribuição uniforme e teorema de Weyl.

Informações online

Na minha página web

- http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/tsd_MAT_2020-21.html

ou na plataforma *Blackboard* da Universidade do Minho

- <http://elearning.uminho.pt> (código de ativação **tsd2021**)

podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, folhas práticas, notas das aulas, enunciados das provas de avaliação, resultados das provas de avaliação.

Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária: 168h = ¹ T 30h + TP 30h + TI 108h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10					
10-11					
11-12				TP _{6-3.02}	T _{remota}
12-13				TP _{6-3.02}	
13-14					
14-15		T _{remota}	atendimento		
15-16			atendimento		
16-17					
17-18					
18-19					

Plano das aulas

semana	2 ^a -feira - sabado	feriados	matéria	avaliação
I	18 fev - 20 fev		Crescimento e decaimento	
II	22 fev - 27 fev		Iteração e modelos discretos	
III	1 mar - 6 mar		Fluxos e simulações	
IV	8 mar - 13 mar		Sistemas dinâmicos topológicos	
V	15 mar - 20 mar		Números e dinâmica	
VI	22 mar - 27 mar		Órbitas regulares e perturbações	
VII	29 mar - 5 abr		feriados PÁSCOA	
VIII	5 abr - 10 abr		Linearização	teste 1 ?
IX	12 abr - 17 abr		Recorrências	
X	19 abr - 24 abr		Transitividade	
XI	26 abr - 1 mai ¹	mai	Perda de memória e “mixing”	
XII	3 mai - 8 mai		Conjuntos de Cantor, codificação	
XIII	10 mai - 15 mai		Dinâmica complexa	
XIV	17 mai - 22 mai		Entropia	
XV	24 mai - 29 mai		Função zeta	teste 2 ?
XVI	31 mai - 5 jun ³	jun		
XVII	7 jun - 12 jun ¹⁰	jun		
XVIII	14 jun - 19 jun			
IXX	21 jun - 23 jun			

¹T: Aulas Teóricas; TP: Aulas Teórico-práticas; OT: Aulas Tutoriais; TI: Trabalho Independente e Avaliação.

Referências

- [Ar78] V.I. Arnold, *Metodi geometrici della teoria delle equazioni differenziali ordinarie*, Editori Riuniti - MIR, Roma 1978.
- [Ar79] V.I. Arnold, *Metodi matematici della meccanica classica*, Edizioni MIR - Editori Riuniti, Roma 1978.
- [Ar85] V.I. Arnold, *Equações diferenciais ordinárias*, MIR 1985.
- [BN05] P. Buttà e P. Negrini, *Note del corso di Sistemi Dinamici*, Università di Roma “La Sapienza”, 2005.
- [BV12] L. Barreira e C. Valls, *Sistemas dinâmicos, uma introdução*, IST Press, 2012.
- [Co19] S. Cosentino, *Fundamentals of Dynamical Systems*, DMA - Publicações pedagógicas, RepositoriUM, 2019. <http://hdl.handle.net/1822/61976>
- [De89] R.L. Devaney, *An introduction to chaotic dynamical systems*, Addison-Wesley, 1989.
- [De92] R.L. Devaney, *A first course in chaotic dynamical systems*, Addison-Wesley, 1992.
- [HK03] B. Hasselblatt and A. Katok, *A first course in dynamics: with a panorama of recent developments*, Cambridge University Press 2003.
- [HS74] M.W. Hirsch and S. Smale, *Differential equations, dynamical systems and linear algebra*, Academic Press (Pure and Applied Mathematics. A series of Monographs and Textbooks), San Diego 1974.
- [HW59] G.H. Hardy and E.M. Wright, *An Introduction to the Theory of Numbers*, fourth edition, Oxford University Press 1959.
- [Kh35] A. Ya. Khinchin, *Continued Fractions*, 1935 [translation by University of Chicago Press, 1954].
- [KH95] A. Katok and B. Hasselblat, *Introduction to the modern theory of dynamical systems*, Encyclopedia of mathematics and its applications, Cambridge University Press 1995.
- [Kn05] O. Knill, *Dynamical systems*, Harvard University, 2005.
- [Ro99] J.C. Robinson, *Dynamical Systems, Stability, Symbolic Dynamic and Chaos*, CRC Press, Cambridge 1999.
- [Ro04] J.C. Robinson, *An introduction to ordinary differential equations*, Cambridge University Press, Cambridge 2004.
- [St94] S.H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Addison-Wesley, 1994.