1. (2 valores) Considere uma população N_n que cresce de acordo com a lei

$$N_{n+1} = 3N_n - 50.$$

Determine a solução com condição inicial $N_0 = 50$, e o limite $\lim_{n \rightarrow \infty} N_n$.

2. (2 valores) Estude as trajetórias do sistema dinâmico definido pela transformação $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$, onde

$$f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2x}.$$

3. (2 valores) Sejam $I \subset \mathbb{R}$ um intervalo compacto e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua tal que $f(I) \subset I$. Mostre que f admite um ponto fixo em I .

4. (2 valores) Considere a transformação linear do plano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por

$$f(x, y) = (2x + 2y, 2x + 5y).$$

Determine os conjuntos ω -limite e α -limite dos pontos do plano.

5. (2 valores) Dê uma definição e um exemplo de ponto recorrente.

6. (2 valores) Dê uma definição e um exemplo de ponto errante.

7. (2 valores) Considere a rotação da circunferência $R_\alpha : \mathbb{R}/\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}/\mathbb{Z}$, definida por

$$R_\alpha(x + \mathbb{Z}) = x + \alpha + \mathbb{Z}.$$

Mostre que as órbitas são finitas se e só se α é racional.

8. (2 valores) Estude a natureza dos pontos fixos da transformação tenda $T : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, definida por

$$T(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x < 1/2 \\ 2(1-x) & \text{se } x \geq 1/2 \end{cases}$$

9. (2 valores) Considere a transformação $f : \mathbb{R}/\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ definida por

$$x + \mathbb{Z} \mapsto 10 \cdot x + \mathbb{Z}.$$

Mostre que os pontos periódicos são densos.

10. (2 valores) Considere o conjunto de Cantor standard

$$K := \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_n}{3^n} \text{ com } x_n \in \{0, 2\} \right\} \subset [0, 1].$$

Mostre que K é perfeito, ou seja, que $K' = K$.