

MAT - 2018/19

Tópicos de Sistemas Dinâmicos

infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab: CG - Edifício 6 - 3.48, tel: 253 604086

e-mail: scosentino@math.uminho.pt

url: <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

6 de Fevereiro de 2019

Objectivos de ensino

Pretende-se que o aluno identifique as principais características do comportamento de um sistema dinâmico e analise a sua estabilidade.

Programa sucinto

Iteração e transformações, fluxos. Órbitas periódicas, natureza e estabilidade. Bifurcações, cascata de Feigenbaum. Conjuntos invariantes e atractores. Fractais. Introdução à dinâmica topológica. Recorrências, sistemas caóticos. Transformações expansoras. Transformações hiperbólicas. Dinâmica simbólica. Dinâmica complexa (conjuntos de Julia e de Mandelbrot). Entropia. Introdução à teoria ergódica.

Resultados de aprendizagem

- Descrever as noções básicas no estudo qualitativo das trajectórias.
- Dominar as técnicas de análise local das órbitas.
- Compreender as principais classes de transformações caóticas.
- Trabalhar exemplos de dinâmica em dimensão baixa.
- Aplicar os conceitos e as técnicas ao estudo de exemplos.

Programa

Crescimento e decaimento. Progressão e série geométrica. Crescimento ou decaimento exponencial. Sucessão de Fibonacci.

Iteração e modelos discretos. Transformações. Análise gráfica (cobweb plot). Transformação logística. Equações às diferenças finitas homogéneas, polinómio característico.

Fluxos e simulações. Equações diferenciais ordinárias. Equações autónomas, fluxos. Equações lineares. Simulações.

Sistemas dinâmicos topológicos. Trajectórias, órbitas, estados estacionários, órbitas periódicas. Iteração de transformações contínuas. Órbitas periódicas, observáveis, conjuntos invariantes.

Números e dinâmica. Representação decimal. Rotações do círculo. Multiplicação por d . Deslocamentos de Bernoulli. Fracções contínuas.

Órbitas regulares e perturbações. Teoremas do ponto fixo. Bacia de atracção. Princípio das contrações. Método de Heron.

Linearização. Natureza e estabilidade dos pontos fixos. Método de Newton.

Persistência e bifurcações. Cascata de Feigenbaum.

Recorrências. Conjuntos limite. Pontos recorrentes. Conjunto não-errante.

Transitividade e órbitas densas. Transformações transitivas. Conjuntos e transformações minimais.

Perda de memória e independência assintótica. Dependência sensível das condições iniciais. Mixing. Transformação tenda. Transformações expansoras. Expansão decimal.

Conjuntos de Cantor, codificação. Dinâmica dos deslocamentos de Bernoulli. Conjunto de Cantor. Conjuntos invariantes e atractores.

Dinâmica complexa. Interação de polinómios e funções racionais. Conjuntos de Julia e de Mandelbrot.

Introdução à teoria ergódica. Medidas invariantes. Médias temporais, teorema di Birkhoff. Ergodicidade.

Avaliação

Avaliação contínua/periódica. 2 testes ao longo do semestre, valendo cada um 50% da nota final. Os alunos com nota final não inferior a 8 valores, podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida nos testes.

Avaliação por exame final. Um exame escrito. Os alunos com nota não inferior a 8 valores podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida no exame escrito.

Informações online

Na minha página web

- http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/tsd_MAT_2018-19.html

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt> (código de activação **tsd1718**)

podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, folhas práticas, notas das aulas, enunciados das provas de avaliação, resultados das provas de avaliação.

Software

Software livre:



Software proprietário:



Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária: 168h =¹ T 30h + TP 30h + TI 108h.

| | segunda | terça | quarta | quinta | sexta |
|-------|---------|-------|----------------------------|--------|---------------------------|
| 8-9 | | | | | |
| 9-10 | | | | | |
| 10-11 | | | | | |
| 11-12 | | | TP _{CG-Ed.6-3.71} | | T _{CG-Ed.6-3.72} |
| 12-13 | | | TP _{CG-Ed6-3.71} | | T _{CG-Ed.6-3.72} |
| 13-14 | | | | | |
| 14-15 | | | atendimento | | |
| 15-16 | | | atendimento | | |
| 16-17 | | | | | |
| 17-18 | | | | | |
| 18-19 | | | | | |

Plano das aulas

| semana | 2 ^a -feira - sabado | feriados | matéria | avaliação |
|--------|--------------------------------|-------------------|----------------------------------|---------------------|
| I | 4 fev - 9 fev | | Crescimento e decaimento | |
| II | 11 fev - 16 fev | | Iteração e modelos discretos | |
| III | 18 fev - 23 fev | | Fluxos e simulações | |
| IV | 25 fev - 2 mar | | Sistemas dinâmicos topológicos | |
| V | 4 mar - 9 mar | | Números e dinâmica | |
| VI | 11 mar - 16 mar | | Órbitas regulares e perturbações | |
| VII | 18 mar - 23 mar | | Linearização | |
| VIII | 25 mar - 29 mar | | Recorrências | teste 1 (27 mar) |
| IX | 1 abr - 6 abr | | Transitividade | |
| X | 8 abr - 13 abr | | Perda de memória e “mixing” | |
| XI | 15 abr - 20 abr | | feriados PÁSCOA | |
| XII | 22 abr - 27 abr | ²⁵ abr | Conjuntos de Cantor, codificação | |
| XIII | 29 abr - 4 mai | ¹ mai | Dinâmica complexa | |
| XIV | 6 mai - 11 mai | | Entropia | |
| XV | 13 mai - 18 mai | | EG (?) | |
| XVI | 20 mai - 25 mai | | Introdução à teoria ergódica | . teste 2 (22 mai). |
| XVII | 27 mai - 1 jun | | Teorema ergódico | |
| XVIII | 3 jun - 8 jun | | | |
| IXX | 10 jun - 15 jun | ¹⁰ jun | | |
| XX | 17 jun - 22 jun | ²⁰ jun | | Exame |

¹T: Aulas Teóricas; TP: Aulas Teórico-práticas; OT: Aulas Tutoriais; TI: Trabalho Independente e Avaliação.

Referências

- [Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, New York 1969.
- [Ar78] V.I. Arnold, *Metodi geometrici della teoria delle equazioni differenziali ordinarie*, Editori Riuniti - MIR, Roma 1978.
- [Ar79] V.I. Arnold, *Metodi matematici della meccanica classica*, Edizioni MIR - Editori Riuniti, Roma 1978.
- [Ar85] V.I. Arnold, *Equações diferenciais ordinárias*, MIR 1985.
- [BN05] P. Buttà e P. Negrini, *Note del corso di Sistemi Dinamici*, Università di Roma “La Sapienza”, 2005.
- [BV12] L. Barreira e C. Valls, *Sistemas dinâmicos, uma introdução*, IST Press, 2012.
- [De89] R.L. Devaney, *An introduction to chaotic dynamical systems*, Addison-Wesley, 1989.
- [De92] R.L. Devaney, *A first course in chaotic dynamical systems*, Addison-Wesley, 1992.
- [HK03] B. Hasselblatt and A. Katok, *A first course in dynamics: with a panorama of recent developments*, Cambridge University Press 2003.
- [HS74] M.W. Hirsch and S. Smale, *Differential equations, dynamical systems and linear algebra*, Academic Press (Pure and Applied Mathematics. A series of Monographs and Textbooks), San Diego 1974.
- [HW59] G.H. Hardy and E.M. Wright, *An Introduction to the Theory of Numbers*, fourth edition, Oxford University Press 1959.
- [Kh35] A. Ya. Khinchin, *Continued Fractions*, 1935 [translation by University of Chicago Press, 1954].
- [KH95] A. Katok and B. Hasselblat, *Introduction to the modern theory of dynamical systems*, Encyclopedia of mathematics and its applications, Cambridge University Press 1995.
- [Ro99] J.C. Robinson, *Dynamical Systems, Stability, Symbolic Dynamic and Chaos*, CRC Press, Cambridge 1999.
- [Ro04] J.C. Robinson, *An introduction to ordinary differential equations*, Cambridge University Press, Cambridge 2004.
- [St94] S.H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Addison-Wesley, 1994.
- [Vi06] J. Villate, *Introdução aos sistemas dinâmicos. Uma abordagem prática com Maxima*, 2006.