1. (2 valores) Determine a solução da equação recursiva linear homogénea

$$x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$$

com condições iniciais $x_0 = 1$ e $x_1 = 0$.

2. (2 valores) Estude as trajetórias do sistema dinâmico definido pela transformação $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, onde

$$f(x) = |x - 3|.$$

3. (2 valores) Dê um exemplo, se existir, de uma transformação $f : X \rightarrow X$ sem pontos periódicos. Justifique a sua resposta.

4. (2 valores) Sejam $I \subset \mathbb{R}$ um intervalo compacto e $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua tal que $f(I) \subset I$. Mostre que f admite um ponto fixo.

5. (2 valores) Considere a transformação $f : \mathbb{R}/\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ definida por

$$x + \mathbb{Z} \mapsto 10 \cdot x + \mathbb{Z}.$$

Mostre que os pontos periódicos são densos.

6. (2 valores) Determine para quais valores de $\lambda \in [0, 4]$ os pontos fixos da transformação $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, definida por

$$f(x) = \lambda x(1 - x),$$

são repulsivos.

7. (2 valores) Descreva o método de Newton para aproximar raízes de polinómios, e discuta a convergência.
8. (2 valores) Dê uma definição e um exemplo de transformação topologicamente transitiva.
9. (2 valores) Dê uma definição e um exemplo de ponto recorrente.
10. (2 valores) Dê uma definição e um exemplo de ponto errante.