

# MAT - 2016/17

## Tópicos de Sistemas Dinâmicos

### infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho  
Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL  
gab B.4023, tel 253 604086  
e-mail [scosentino@math.uminho.pt](mailto:scosentino@math.uminho.pt)  
url <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

6 de Fevereiro de 2017

## Objectivos de ensino

Pretende-se que o aluno identifique as principais características do comportamento de um sistema dinâmico e analise a sua estabilidade.

## Programa sucinto

Iteração e transformações, fluxos. Órbitas periódicas, natureza e estabilidade. Bifurcações, cascata de Feigenbaum. Conjuntos invariantes e atractores. Fractais. Introdução à dinâmica topológica. Recorrências, sistemas caóticos. Transformações expansoras. Transformações hiperbólicas. Dinâmica simbólica. Dinâmica complexa (conjuntos de Julia e de Mandelbrot). Entropia. Introdução à teoria ergódica.

## Resultados de aprendizagem

- Descrever as nocções básicas no estudo qualitativo das trajectórias.
- Dominar as técnicas de análise local das órbitas.
- Compreender as principais classes de transformações caóticas.
- Trabalhar exemplos de dinâmica em dimensão baixa.
- Aplicar os conceitos e as técnicas ao estudo de exemplos.

## Programa

**Crescimento e decaimento.** Progressão e série geométrica. Crescimento ou decaimento exponencial. Sucessão de Fibonacci.

**Iteração e modelos discretos.** Transformações. Análise gráfica (cobweb plot). Transformação logística. Equações às diferenças finitas homogéneas, polinómio característico.

**Fluxos e simulações.** Equações diferenciais ordinárias. Equações autónomas, fluxos. Equações lineares. Simulações.

**Sistemas dinâmicos topológicos.** Trajectórias, órbitas, estados estacionários, órbitas periódicas. Iteração de transformações contínuas. Órbitas periódicas, observáveis, conjuntos invariantes.

**Números e dinâmica.** Representação decimal. Rotações do círculo. Multiplicação por  $d$ . Deslocamentos de Bernoulli. Frações contínuas.

**Órbitas regulares e perturbações.** Teoremas do ponto fixo. Bacia de atração. Princípio das contrações. Método de Heron.

**Linearização.** Natureza e estabilidade dos pontos fixos. Método de Newton.

**Persistência e bifurcações.** Cascata de Feigenbaum.

**Recorrências.** Conjuntos limite. Pontos recorrentes. Conjunto não-errante.

**Transitividade e órbitas densas.** Transformações transitivas. Conjuntos e transformações minimais.

**Perda de memória e independência assimptótica.** Dependência sensível das condições iniciais. Mixing. Transformação tenda. Transformações expansoras. Expansão decimal.

**Conjuntos de Cantor, codificação.** Dinâmica dos deslocamentos de Bernoulli. Conjunto de Cantor. Conjuntos invariantes e atractores.

**Dinâmica complexa.** Interação de polinómios e funções racionais. Conjuntos de Julia e de Mandelbrot.

**Introdução à teoria ergódica.** Medidas invariantes. Médias temporais, teorema de Birkhoff. Ergodicidade.

## Avaliação

**Avaliação contínua/periódica.** 2 testes ao longo do semestre, valendo cada um 50% da nota final. Os alunos com nota final não inferior a 8 valores, podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida nos testes.

**Avaliação por exame final.** Um exame escrito. Os alunos com nota não inferior a 8 valores podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida no exame escrito.

## Informações online

Na minha página web

- [http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/tsd\\_MAT\\_2016-17.html](http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/tsd_MAT_2016-17.html)

ou na página e-learning da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt> (código de activação **tsdmat1617**)

podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, folhas práticas, notas das aulas, enunciados das provas de avaliação, resultados das provas de avaliação.

## Software

Software livre:	 Maxima	 GeoGebra
Software proprietário:	 Matlab	 Maple

## Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária: 168h =<sup>1</sup> T 30h + TP 30h + TI 108h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10	TP <sub>LabMat2</sub>				T <sub>1.209</sub>
10-11	TP <sub>LabMat2</sub>				T <sub>1.209</sub>
11-12					
12-13					
13-14					
14-15	atendimento				
15-16	atendimento				
16-17					
17-18					
18-19					

## Plano das aulas

semana	2 <sup>a</sup> -feira - sábado <sup>feriados?</sup>	matéria	avaliação
I	6 fev - 11 fev	Crescimento e decaimento	
II	13 fev - 18 fev	Iteração e modelos discretos	
III	20 fev - 25 fev	Fluxos e simulações	
IV	27 fev - 4 mar	Sistemas dinâmicos topológicos	
V	6 mar - 11 mar	Números e dinâmica	
VI	13 mar - 18 mar	Órbitas regulares e perturbações	
VII	20 mar - 25 mar	Linearização	
VIII	27 mar - 1 abr	Recorrências	teste 1 - 27 mar
IX	3 abr - 8 abr	Transitividade	
X	10 abr - 15 abr	feriados PÁSCOA	
XI	17 abr <sup>17 abr</sup> - 22 abr	Perda de memória e “mixing”	
XII	24 abr - 29 abr	Conjuntos de Cantor, codificação	
XIII	1 mai - 6 mai	Dinâmica complexa (conjuntos de Julia e de Mandelbrot)	
XIV	8 mai - 13 mai	Entropia	
XV	15 mai - 20 mai	EG (?)	
XVI	22 mai - 27 mai	Introdução à teoria ergódica	
XVII	29 mai - 3 jun	Introdução à teoria ergódica	
XVIII	5 jun - 10 jun		teste 2- 9 jun
IXX	12 jun - 17 jun		
XX	19 jun - 24 jun		Exame
XXI	26 jun - 1 jul		Exame

<sup>1</sup>T: Aulas Teóricas; TP: Aulas Teórico-práticas; OT: Aulas Tutoriais; TI: Trabalho Independente e Avaliação.

## Referências

- [Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, New York 1969.
- [Ar78] V.I. Arnold, *Metodi geometrici della teoria delle equazioni differenziali ordinarie*, Editori Riuniti - MIR, Roma 1978.
- [Ar79] V.I. Arnold, *Metodi matematici della meccanica classica*, Edizioni MIR - Editori Riuniti, Roma 1978.
- [Ar85] V.I. Arnold, *Equações diferenciais ordinárias*, MIR 1985.
- [BN05] P. Buttà e P. Negrini, *Note del corso di Sistemi Dinamici*, Università di Roma “La Sapienza”, 2005.
- [BV12] L. Barreira e C. Valls, *Sistemas dinâmicos, uma introdução*, IST Press, 2012.
- [De89] R.L. Devaney, *An introduction to chaotic dynamical systems*, Addison-Wesley, 1989.
- [De92] R.L. Devaney, *A first course in chaotic dynamical systems*, Addison-Wesley, 1992.
- [HK03] B. Hasselblatt and A. Katok, *A first course in dynamics: with a panorama of recent developments*, Cambridge University Press 2003.
- [HS74] M.W. Hirsch and S. Smale, *Differential equations, dynamical systems and linear algebra*, Academic Press (Pure and Applied Mathematics. A series of Monographs and Textbooks), San Diego 1974.
- [HW59] G.H. Hardy and E.M. Wright, *An Introduction to the Theory of Numbers*, fourth edition, Oxford University Press 1959.
- [Kh35] A. Ya. Khinchin, *Continued Fractions*, 1935 [translation by University of Chicago Press, 1954].
- [KH95] A. Katok and B. Hasselblat, *Introduction to the modern theory of dynamical systems*, Encyclopedia of mathematics and its applications, Cambridge University Press 1995.
- [Ro99] J.C. Robinson, *Dynamical Systems, Stability, Symbolic Dynamic and Chaos*, CRC Press, Cambridge 1999.
- [Ro04] J.C. Robinson, *An introduction to ordinary differential equations*, Cambridge University Press, Cambridge 2004.
- [St94] S.H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Addison-Wesley, 1994.
- [Vi06] J. Villate, *Introdução aos sistemas dinâmicos. Uma abordagem prática com Maxima*, 2006.