

Nome N°

1. (2 valores) Dê um exemplo de um número cuja representação decimal não seja periódica.

2. (2 valores) Determine o limite $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ da solução da equação recursiva linear

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} x_n + 100$$

com condição inicial $x_0 = 10$.

3. (2 valores) Determine a solução geral da equação recursiva linear homogênea

$$x_{n+1} = x_n + x_{n-1}.$$

4. (2 valores) Determine o limite $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ da solução da equação diferencial

$$\ddot{x} + \dot{x} + x = 0$$

com condição inicial $x(0) = 1$ e $\dot{x}(0) = 2$.

5. (2 valores) Considere a rotação da circunferência $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$ definida por

$$R_\alpha(x + \mathbb{Z}) = x + \alpha + \mathbb{Z}.$$

Para quais valores de α a transformação R_α admite pontos periódicos?

6. (2 valores) Estude as trajetórias da transformação $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ definida por

$$f(x) = x - x^2$$

7. (2 valores) Considere a transformação $f : \mathbb{R}/\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}/\mathbb{Z}$, definida por

$$x + \mathbb{Z} \mapsto 10 \cdot x + \mathbb{Z}$$

Dê um exemplo de um ponto periódico de período 3.

8. (2 valores) Determine a natureza do equilíbrio $(0, 0)$ do seguinte sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x - 2y \\ \dot{y} &= -2x - y\end{aligned}$$

9. (2 valores) Discuta a estabilidade do equilíbrio $(0, 0)$ do sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x + y \\ \dot{y} &= -\sin(x) - y.\end{aligned}\tag{1}$$

10. (2 valores) Considere a transformação $f : \mathbb{R}/\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ definida por

$$f(x + \mathbb{Z}) = 10 \cdot x + \mathbb{Z}.$$

Existem pontos recorrentes? Justifique.