

MAT - 2011/12

1405R1 - Tópicos de Sistemas Dinâmicos

infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab B.4023, tel 253 604086 (atendimento: 4^a-feira 14h-18h)

e-mail scosentino@math.uminho.pt

url <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

26 de Outubro de 2011

Objectivos

Estudar conceitos e exemplos elementares de sistemas dinâmicos, promover a compreensão das relações entre as diferentes áreas da matemática, e encorajar o uso de software matemático para explorar problemas e exemplos.

Resumo do conteúdo programático

(Dossier Interno - Julho de 2006)

Iteração e transformações, fluxos. Órbitas periódicas, natureza e estabilidade. Bifurcações, cascata de Feigenbaum. Conjuntos invariantes e atractores. Fractais. Introdução à dinâmica topológica. Recorrências, sistemas caóticos. Transformações expansoras. Transformações hiperbólicas. Dinâmica simbólica. Dinâmica complexa (conjuntos de Julia e de Mandelbrot). Entropia. Introdução à teoria ergódica.

Resultados de aprendizagem

(Dossier Interno - Julho de 2006)

- Descrever as noções básicas no estudo qualitativo das trajectórias. (8T+6TP)
- Dominar as técnicas de análise local das órbitas. (6T+4TP)
- Compreender as principais classes de transformações caóticas. (8T+6TP)
- Trabalhar exemplos de dinâmica em dimensão baixa. (8T+6TP)
- Aplicar os conceitos e as técnicas ao estudo de exemplos. (0T+8TP)

Programa

Crescimento e decaimento. Progressão e série geométrica. Crescimento ou decaimento exponencial. Sucessão de Fibonacci.

Iteração e modelos discretos. Transformações. Análise gráfica (cobweb plot). Transformação logística. Equações às diferenças finitas homogêneas, polinómio característico.

Fluxos e simulações. Equações diferenciais ordinárias. Equações autónomas, fluxos. Equações lineares. Simulações.

Sistemas dinâmicos topológicos. Trajectórias, órbitas, estados estacionários, órbitas periódicas. Iteração de transformações contínuas. Órbitas periódicas, observáveis, conjuntos invariantes.

Números e dinâmica. Representação decimal. Rotações do círculo. Multiplicação por d . Deslocamentos de Bernoulli. Fracções contínuas.

Órbitas regulares e perturbações. Teoremas do ponto fixo. Bacia de atração. Princípio das contrações. Método de Heron.

Linearização. Natureza e estabilidade dos pontos fixos. Método de Newton.

Persistência e bifurcações. Cascata de Feigenbaum.

Recorrências. Conjuntos limite. Pontos recorrentes. Conjunto não-errante.

Transitividade e órbitas densas. Transformações transitivas. Conjuntos e transformações minimais.

Perda de memória e independência assintótica. Dependência sensível das condições iniciais. Mixing. Transformação tenda. Transformações expansoras. Expansão decimal.

Conjuntos de Cantor, codificação. Dinâmica dos deslocamentos de Bernoulli. Conjunto de Cantor. Conjuntos invariantes e atractores.

Dinâmica complexa. Interação de polinómios e funções racionais. Conjuntos de Julia e de Mandelbrot.

Introdução à teoria ergódica. Medidas invariantes. Médias temporais, teorema de Birkhoff. Ergodicidade.

Avaliação

Proposta de avaliação contínua/periódica. Os elementos de avaliação são: 2 testes ao longo do semestre, e um trabalho de grupo. Cada grupo é composto por um número de alunos inferior ou igual a 2. O trabalho consiste no estudo de um problema/tema proposto (na [página web](#) da disciplina) A composição dos grupos e os temas escolhidos devem ser comunicados ao docente até o dia 30 de Novembro de 2011. O desenvolvimento do trabalho será acompanhado durante as aulas TP e no horário de atendimento do docente. A avaliação dos trabalhos será baseada numa apresentação oral, feita durante as aulas TP, e num breve relatório escrito. Práticas fraudulentas serão devidamente penalizadas. A data de cada apresentação será decidida pelo docente, e comunicada aos alunos com uma semana de antecedência. O prazo para entrega dos relatórios e apresentação dos trabalhos é o dia 13 de Janeiro de 2012. A nota final é

$$N = \frac{T_1 + T_2 + T_t}{3}$$

onde T_1 e T_2 são as notas obtidas nos testes, e T_t é a nota obtida no trabalho de grupo.

Avaliação por exame final. Um exame escrito. Os alunos com nota não inferior a 8 valores podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética

$$\frac{E + O}{2}$$

entre a nota do exame escrito E e a nota da prova oral O .

Informações online

Na minha página web

- http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/tsd_MAT_2011-12.html

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt> (código de activação **tsdmat1112**)

podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, folhas práticas, notas das aulas, enunciados das provas de avaliação, resultados das provas de avaliação.

Software

Software livre:  Maxima  GeoGebra

Software proprietário:  Matlab  Maple  Mathematica

Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária: 168h = ¹ **T** 30h + **TP** 30h (×2 turmas) + **TI** 108h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10		T _{LM2}			
10-11		T _{LM2}			
11-12		TP _{LM2}			
12-13		TP _{LM2}			
13-14					
14-15					
15-16					
16-17					
17-18					
18-19					

¹**T**: Aulas Teóricas; **TP**: Aulas Teórico-práticas; **OT**: Aulas Tutoriais; **TI**: Trabalho Independente e Avaliação.

Plano das aulas

semana	2 ^a -feira - sabado	feriados?	matéria	avaliação
I	19 set - 24 set		Crescimento e decaimento	
II	26 set - 1 out		Iteração e modelos discretos	
III	3 out ^{5 out} - 9 out		Fluxos e simulações	
IV	10 out - 15 out		Sistemas dinâmicos topológicos	
V	17 out - 22 out		Números e dinâmica	
VI	24 out - 29 out		Órbitas regulares e perturbações	
VII	31 out ^{1 nov} - 5 nov		feriado	
VIII	7 nov - 12 nov		Linearização	teste 1 _{8 nov - 9h}
IX	14 nov - 19 nov		Recorrências	
X	21 nov - 26 nov		Transitividade	
XI	28 nov - 3 dez ^{1 dez}		Perda de memória e “mixing”	
XII	5 dez ^{8 dez} - 11 dez		Conjuntos de Cantor, codificação	
XIII	12 dez - 17 dez		Dinâmica complexa (conjuntos de Julia e de Mandelbrot)	
			férias	
XIV	2 jan - 7 jan		Entropia	
XV	9 jan - 14 jan		Introdução à teoria ergódica	
XVI	16 jan- 21 jan			teste 2 _{17 jan - 9h}
XVII	23 jan - 28 jan			
XVIII	30 jan - 4 fev		fim período lectivo	
IX	6 fev - 11 fev			Exame
XX	13 fev - 18 fev			Exame

Referências

- [Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, New York 1969.
- [Ar78] V.I. Arnold, *Metodi geometrici della teoria delle equazioni differenziali ordinarie*, Editori Riuniti - MIR, Roma 1978.
- [Ar79] V.I. Arnold, *Metodi matematici della meccanica classica*, Edizioni MIR - Editori Riuniti, Roma 1978.
- [Ar85] V.I. Arnold, *Equações diferenciais ordinárias*, MIR 1985.
- [BN05] P. Buttà e P. Negrini, *Note del corso di Sistemi Dinamici*, Università di Roma “La Sapienza”, 2005.
- [De89] R.L. Devaney, *An introduction to chaotic dynamical systems*, Addison-Wesley, 1989.
- [De92] R.L. Devaney, *A first course in chaotic dynamical systems*, Addison-Wesley, 1992.
- [HK03] B. Hasselblatt and A. Katok, *A first course in dynamics: with a panorama of recent developments*, Cambridge University Press 2003.
- [HS74] M.W. Hirsch and S. Smale, *Differential equations, dynamical systems and linear algebra*, Academic Press (Pure and Applied Mathematics. A series of Monographs and Textbooks), San Diego 1974.
- [HW59] G.H. Hardy and E.M. Wright, *An Introduction to the Theory of Numbers*, fourth edition, Oxford University Press 1959.
- [Kh35] A. Ya. Khinchin, *Continued Fractions*, 1935 [translation by University of Chicago Press, 1954].
- [KH95] A. Katok and B. Hasselblat, *Introduction to the modern theory of dynamical systems*, Encyclopedia of mathematics and its applications, Cambridge University Press 1995.

- [Ro99] J.C. Robinson, *Dynamical Systems, Stability, Symbolic Dynamic and Chaos*, CRC Press, Cambridge 1999.
- [Ro04] J.C. Robinson, *An introduction to ordinary differential equations*, Cambridge University Press, Cambridge 2004.
- [St94] S.H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Addison-Wesley, 1994.
- [Vi06] J. Villate, *Introdução aos sistemas dinâmicos. Uma abordagem prática com Maxima*, 2006.