

# MAT

## 2016/17

### Métodos Matemáticos da Física infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab B.4023, tel 253 604086

e-mail [scosentino@math.uminho.pt](mailto:scosentino@math.uminho.pt)

url <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

13 de Setembro de 2016

## Objetivos

Introdução às equações diferenciais parciais com aplicações à Física.

## Programa

Equações diferenciais parciais de primeira ordem.

Equações diferenciais parciais de segunda ordem.

Análise de Fourier (série e transformada).

Estudo de algumas equações diferenciais parciais da Física (equação das ondas, equação do calor, equação de Laplace).

## Competências a adquirir

- Examinar alguns sistemas físicos modelados por equações diferenciais;
- Identificar as equações do calor, da onda e de Laplace e descrever os teoremas usuais de unicidade e do máximo;
- Aplicar o método da separação de variáveis na resolução de algumas equações às derivadas parciais;
- Aplicar alguns métodos para a resolução de equações diferenciais com condições iniciais.

## Bibliografia essencial

[St08] W. Strauss, *Partial Differential Equations: An Introduction*, 2nd ed, Wiley, 2008.

[Ió05] V. Iório, *EDP, um Curso de Graduação*, Coleção Matemática Universitária, IMPA, 2005.

[SS03] E.M. Stein and R. Shakarchi, *Fourier Analysis: An Introduction*, Princeton Lectures in Analysis I, Princeton University Press, 2003.

## Programa detalhado

**Equações diferenciais parciais.** Equações diferenciais parciais (EDPs): problema com condições iniciais e/ou condições de fronteira. Operadores diferenciais lineares, princípio de sobreposição. Ondas planas, dispersão. EDPs de primeira ordem e características. Operadores diferenciais lineares, ondas planas e símbolo. Classificação dos operadores diferenciais lineares de grau dois: EDPs elípticas, hiperbólicas e parabólicas. Equação de Laplace, funções harmónicas. Equação de onda, ondas planas. Solução de d'Alembert: ondas viajantes. Equação de calor, princípio do máximo, solução fundamental. Teoremas de unicidade e estabilidade.

**Separação de variáveis e séries de Fourier.** Separação de variáveis, problema de Sturm-Liouville. Corda vibrante, harmónicas, ondas estacionárias. Condução de calor, modos. Séries de Fourier complexas. Séries de Fourier de senos e/ou cossenos. Produto de convolução. Convergência pontual das séries de Fourier. Espaço das funções de quadrado integrável, convergência em média quadrática, identidade de Parseval. Aplicações das séries de Fourier à resolução de EDPs: corda vibrante, condução de calor, equação de Laplace.

**Transformada de Fourier.** Transformada de Fourier de funções integráveis. Espaço de Schwartz, transformada de Fourier no espaço de Schwartz. Gaussianas e identidades aproximadas. Teorema de inversão. Teorema de Plancherel. Aplicações das séries de Fourier à resolução de EDPs: difusão e núcleo do calor, fórmula integral de Poisson no semi-plano. Delta de Dirac. Distribuições temperadas. Soluções fundamentais. Potenciais.

## Método de ensino

Aulas teóricas (T 30h), dedicadas à exposição da matéria, e aulas teórico-práticas (TP 45h), dedicadas à discussão de problemas, exercícios e exemplos relevantes.

## Avaliação

**Avaliação contínua/periódica.** 2 testes ao longo do semestre, valendo cada um 50% da nota final. Os alunos com nota final não inferior a 8 valores, podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida nos testes.

**Avaliação por exame final.** Um exame escrito. Os alunos com nota não inferior a 8 valores podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida no exame escrito.

## Informações online

Na minha página web

- [http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/mmf\\_MAT\\_2016-17.html](http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/mmf_MAT_2016-17.html)

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt> (código de ativação mmfmat1617)

podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, folhas práticas, notas de aulas, enunciados das provas de avaliação, resultados das provas de avaliação.

## Horário

Créditos: 7.5 ECTS.

Carga horária<sup>1</sup> : **T** 30h + **TP** 45h + **TI** 135h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10	<b>T</b> <sub>1.319</sub>			<b>TP1</b> <sub>1.319</sub>	
10-11	<b>T</b> <sub>1.319</sub>			<b>TP1</b> <sub>1.319</sub>	
11-12				<b>TP1</b> <sub>1.319</sub>	
12-13					
13-14					
14-15	atendimento				
15-16	atendimento				
16-17					
17-18					
18-19					

## Plano das aulas

semana	2 <sup>a</sup> -feira - sábado	feriados	matéria	avaliação
I	12 set - 17 set		introdução às EDPs	
II	19 set - 24 set		EDPs de primeira ordem	
III	26 out - 1 out		EDPs de segunda ordem	
IV	3 out - 8 out	5 out	calor, unicidade e máximo	
V	10 out - 15 out		ondas, energia, unicidade	
VI	17 out - 22 out		separação de variáveis	
VII	24 out - 29 out		séries de Fourier	
VIII	31 out - 5 nov	1 nov	convergência das séries de Fourier	
IX	7 nov - 12 nov		aplicações das séries de Fourier às EDPs	teste 1 7 nov
X	14 nov - 19 nov		Laplace, princípio do máximo	
XI	21 nov - 26 nov		potenciais	
XII	28 nov - 3 dez	1 dez	transformada de Fourier	
XIII	5 dez - 10 dez	8 dez	espaço de Schwartz	
XIV	12 dez - 17 dez		teorema de inversão	
XV	19 dez - 24 dez	22 23 24 dez	aplicações das transformadas de Fourier às EDPs	
	22 dez - 2 jan		FÉRIAS	
XVI	2 jan - 7 jan	2 jan		teste 2 <sup>5</sup> jan
XVII	9 jan- 14 jan			oral
XVIII	16 jan - 21 jan			
IX	23 jan - 28 jan			Exames
XX	31 jan - 4 fev			Recurso

<sup>1</sup> **T**: aulas Teóricas; **TP**: Aulas Teórico-práticas; **OT**: Aulas Tutoriais; **TI**: Trabalho Independente e Avaliação.

## Referências

- [Ar04] V.I. Arnold, *Lectures on Partial Differential Equations*, Springer - PHASIS, 2004.
- [BDP92] W.E. Boyce and R.C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, John Wiley, 1992.
- [Bi80] A.V. Bitsadze, *Equations of Mathematical Physics*, Mir, 1980.
- [Ch00] T.L. Chow, *Mathematical Methods for Physicists: A concise introduction*, Cambridge University Press, 2000.
- [CH89] R. Courant and D. Hilbert, D. Hilbert and R. Courant, *Methoden der Mathematischen Physik*, Verlag 1924 [*Methods of mathematical physics*, Wiley-VCH, 1989].
- [Fo92] G.B. Folland, *Fourier analysis and its applications*, American Mathematica Society, 1992.
- [GdF87] D. Guedes de Figueiredo, *Análise de Fourier e equações diferenciais parciais*, Projeto Euclides, IMPA, 1987.
- [KF83] A.N. Kolmogorov e S.V. Fomin, *Elementos de Teoria das Funções e de Análise Funcional*, MIR, 1983.
- [I605] V. Iório, *EDP, um Curso de Graduação*, Coleção Matemática Universitária, IMPA, 2005.
- [Jo82] F. John, *Partial Differential Equations*, Springer, 1982.
- [MF05] P.M. Morse and H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, McGraw-Hill, 1953 [Feshbach Publishing, 2005].
- [O'N99] P.V. O'Neil, *Beginning Partial Differential Equations*, John Wiley & Sons, 1999.
- [Pi91] M.A. Pinsky, *Partial Differential Equations and Boundary-Value Problems with Applications*, McGraw-Hill, 1991.
- [RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Third Edition, Cambridge University Press, 2006.
- [Sa08] S. Salsa, *Partial Differential Equations in Action, From Modelling to Theory*, Springer, 2008.
- [SG04] M. Stone and P. Goldbart, *Mathematics for Physics*, Cambridge University Press, 2004.
- [SS03] E.M. Stein and R. Shakarchi, *Fourier Analysis: An Introduction*, Princeton Lectures in Analysys I, Princeton University Press, 2003.
- [St08] W. Strauss, *Partial Differential Equations: An Introduction*, 2nd ed, Wiley, 2008.