

# MIENGFIS FIS

2020/21

## Complementos de Cálculo e de Geometria Analítica infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab: CG - Edifício 6 - 3.48, tel: 253 604086

e-mail [scosentino@math.uminho.pt](mailto:scosentino@math.uminho.pt)

url <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

19 de Fevereiro de 2021

### Objectivos de Ensino

Pretende-se que os alunos desenvolvam os seus conhecimentos de álgebra linear e geometria analítica e adquiram técnicas de resolução de equações diferenciais lineares de modo a ter mais ferramentas para compreender, interpretar e explorar o mundo real, nomeadamente os vários problemas que terão de resolver noutras unidades curriculares.

### Resultados de aprendizagem

- Resolver equações diferenciais lineares de 2<sup>a</sup> ordem de coeficientes constantes.
- Diagonalizar matrizes.
- Identificar matrizes diagonalizáveis em bases ortonormadas.
- Utilizar a diagonalização para calcular o exponencial de matrizes e identificar cónicas/superfícies quádricas.
- Identificar a estrutura de grupo e interpretar o significado geométrico de alguns grupo de matrizes.
- Resolver sistemas de equações diferenciais lineares.

### Programa Sucinto

- Equações diferenciais lineares de ordem superior.
- Diagonalização de matrizes e aplicações ao cálculo do exponencial.
- Espaços euclidianos e isometrias.
- Diagonalização de matrizes simétricas, hermíticas e anti-hermíticas.

- Formas quadráticas e cónicas.
- Sistemas de equações diferenciais.
- Introdução à noção de grupo e grupos de matrizes.

## Programa detalhado

1. **Equações diferenciais lineares de ordem superior.** Números complexos. Equações diferenciais lineares de 2<sup>a</sup> ordem de coeficientes constantes. Equações homogéneas, método do polinómio característico. Equações não-homogéneas, método dos coeficientes indeterminados. ([Ap69] Vol 1, Ch. 8 ou [MW85] Vol 2, Sec. 12.6-7)
2. **Espaços euclidianos e hermíticos.** Espaços euclidianos e espaços hermíticos. Norma, desigualdade de Cauchy-Schwarz. Bases ortonormadas, fórmula de Parseval. Ortonormalização de Gram-Schmidt. Complemento ortogonal, projeção ortogonal. Teorema de aproximação. ([Ap69] Vol 2 Ch. 1.11-17)
3. **Valores próprios e vectores próprios.** Matrizes diagonais. Valores próprios e vetores próprios. Polinómio característico. Diagonalização de matrizes. Matrizes semelhantes. Matriz mudança de base. ([Ap69] Vol 2 Ch. 4)
4. **Teorema espectral.** Valores próprios e produto interno. Adjunto de um operador. Operadores normais, auto-adjuntos e simétricos. Teorema espectral. ([Ap69] Vol 2 Ch. 5.1-9)
5. **Formas quadráticas.** Operadores simétricos e formas quadráticas, diagonalização e teorema de inércia. Classificação das cónicas e formas normais. Superfícies quadráticas. Quociente de Rayleigh, propriedades estacionária dos vetores próprios de um operador simétrico. ([Ap69] Vol 2 Ch. 5.12-18)
6. **Grupos de matrizes.** Grupos, subgrupos, homomorfismos e isomorfismos. Grupo linear, grupo linear especial. Grupo ortogonal, rotações. Grupo unitário. Grupo de Lorentz. ([Ap69] Vol 2 Ch. 5.10-11 e 5.19-20)
7. **Sistemas lineares di EDOs** Sistemas de EDOs, espaço de fases. Sistemas lineares. Exponencial de uma matriz, cálculo do exponencial. ([Ap69] Vol 2 Ch. 7.1-10)

## Bibliografia Essencial

[Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, 1969.

[MW85] J.E. Marsden and A. Weinstein, *Calculus I & II*, Springer, 1985.

[RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.

## Metodologias de ensino

Aulas teóricas (T 30h) dedicadas à exposição e explicação dos conteúdos e à demonstração de resultados, e aulas teórico-práticas (TP 30h) dedicadas à resolução de exercícios e problemas.

## Avaliação

**Avaliação contínua/periódica.** 2 testes, valendo cada um 50% da nota final.

**Avaliação por exame final.** Um exame escrito. Os alunos com nota não inferior a 8 valores podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida no exame escrito.

## Informações online

Na minha página web

- [http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/ccga\\_FIS\\_MIENGFIS\\_2020-21.html](http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/ccga_FIS_MIENGFIS_2020-21.html)

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt> (código de ativação **ccga2021**)

podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, notas das aulas, enunciados das provas de avaliação, resultados das provas de avaliação.

## Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária<sup>1</sup>: 168h = **T** 30h + **TP**/**TP** 30h + **TI** 108h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10	<b>TP1</b> <sub>7-1.09</sub>				
10-11	<b>TP1</b> <sub>7-1.09</sub>				
11-12	<b>TP2</b> <sub>7-1.10</sub>				
12-13	<b>TP2</b> <sub>7-1.10</sub>				
13-14					
14-15	<b>TP1</b> <sub>1-2.18</sub>		<b>atendimento</b>		
15-16	<b>TP1</b> <sub>1-2.18</sub>	<b>T</b> <sub>remota</sub>	<b>atendimento</b>		
16-17		<b>T</b> <sub>remota</sub>			
17-18					
18-19					

## Referências

- [Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, 1969 [*Cálculo*, Editora Reverté, 1999].
- [Ar85] V.I. Arnold, *Equações diferenciais ordinárias*, MIR, 1985.
- [Ax97] S. Axler, *Linear Algebra Done Right*, second edition, Springer, 1997.
- [BDP92] W.E. Boyce and R.C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, John Wiley, 1992.
- [BR98] T.S. Blyth and E.F. Robertson, *Basic Linear Algebra*, McGraw Hill, 1998.
- [KKR62] C. Kittel, W.D. Knight and M.A. Ruderman, *Berkeley Physics*, McGraw-Hill, 1962.
- [La97] S. Lang, *Introduction to Linear Algebra*, Springer, 1997.
- [MW85] J.E. Marsden and A. Weinstein, *Calculus I & II*, Springer, 1985.
- [RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.

---

<sup>1</sup>**T**: aulas Teóricas, **TP**: Aulas Teórico-práticas, **OT**: Aulas Tutoriais, **TI**: Trabalho Independente e Avaliação.

## Plano das aulas e da avaliação

semana	2 <sup>a</sup> -feira - sábado	feriados	matéria	avaliação
I	18 fev - 20 fev			
II	22 fev - 27 fev		Equações diferenciais	
III	1 mar - 6 mar		Números complexos	
IV	8 mar - 13 mar		EDOs lineares de 2 <sup>a</sup> ordem	
V	15 mar - 20 mar		EDOs não homogéneas	
VI	22 mar - 27 mar		Oscilador harmónico	
VII	29 mar - 5 abr		feriados PÁSCOA	
VIII	5 abr - 10 abr		Espaços hermíticos	
IX	12 abr - 17 abr		Operadores hermíticos	13 ou 14 abril - teste 1 ?
X	19 abr - 24 abr		Teorema espectral e diagonalização	
XI	26 abr - 1 mai <sup>3 jun</sup>	<sup>1 mai</sup>	Formas quadráticas e cónicas	
XII	3 mai - 8 mai		Grupos e grupos de matrizes	
XIII	10 mai - 15 mai		Grupo ortogonal, unitário, ...	
XIV	17 mai - 22 mai		Exponencial de uma matriz	
XV	24 mai - 29 mai		Sistemas de EDOs	
XVI	31 mai - 5 jun <sup>3 jun</sup>			1 ou 2 junho - teste 2 ?
XVII	7 jun - 12 jun <sup>10 jun</sup>			
XVIII	14 jun - 19 jun			
XIX	21 jun - 23 jun			