

ENGFIS FIS

2025/26

Complementos de Cálculo e de Geometria Analítica infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab: CG - Edifício 6 - 3.48, tel: 253 604086

e-mail scosentino@math.uminho.pt

url <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

1 de Fevereiro de 2026

Resultados de aprendizagem

- Resolver equações diferenciais lineares de coeficientes constantes.
- Identificar matrizes diagonalizáveis em bases ortonormadas.
- Utilizar a diagonalização para calcular o exponencial de matrizes
- Identificar cónicas/superfícies quádricas.
- Identificar a estrutura de grupo e interpretar o significado geométrico de alguns grupo de matrizes.
- Resolver sistemas de equações diferenciais lineares.

Programa

Equações diferenciais ordinárias. Equação de Newton. Exponencial. Equações diferenciais ordinárias (EDOs). EDOs autónomas, separáveis, lineares de primeira ordem. Substituições. ([Ap69] Vol 1, 8.1-7 e 8.21-28.)

Equações diferenciais lineares. Exponencial complexo e oscilações. Equações diferenciais lineares de segunda ordem de coeficientes constantes. Equações homogêneas, método do polinómio característico. Equações não-homogêneas, método dos coeficientes indeterminados. Oscilador harmónico, oscilações forçadas. ([Ap69] Vol 1, 8.8-19, ou [MW85] Vol 2, 12.6-7)

Espaços euclidianos e hermíticos. Espaços euclidianos e espaços hermíticos. Norma, desigualdade de Cauchy-Schwarz. Bases ortonormadas, fórmula de Parseval. Ortonormalização de Gram-Schmidt. Complemento ortogonal, projeção ortogonal. Teorema de aproximação. ([Ap69] Vol 2, 1.11-17)

Teorema espectral. Adjunto de um operador. Operadores auto-adjuntos e simétricos. Operadores anti-hermíticos e normais. Operadores unitários. Teorema espectral. Diagonalização de matrizes. Operadores positivos. ([Ap69] Vol 2, 5.1-9)

Formas quadráticas. Operadores simétricos e formas quadráticas. Quociente de Rayleigh, propriedades estacionárias dos vetores próprios de um operador simétrico. Decomposição polar e valores singulares. Pequenas oscilações. Classificação das cónicas e formas normais. Superfícies quadráticas. ([Ap69] Vol 2, 5.12-18)

Grupos de matrizes. Grupos, subgrupos, homomorfismos e isomorfismos. Grupos de matrizes. Grupo linear, grupo linear especial. Grupo ortogonal, rotações. Grupo unitário. Grupo de Lorentz. ([Ap69] Vol 2, 5.10-11 e 5.19-20)

Sistemas lineares de EDOs. Exponencial de uma matriz, cálculo do exponencial. Álgebra de Lie de grupos de matrizes. Sistemas de EDOs, campos lineares. Análise qualitativa: nodos, focos e selas. Sistemas não-homogêneos. ([Ap69] Vol 2, 7.1-10)

Referências

- [Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, 1969 [*Cálculo*, Editora Reverté, 1999].
- [La86] S. Lang, *Introduction to Linear Algebra*, Springer, 1986.
- [MW85] J.E. Marsden and A. Weinstein, *Calculus I & II*, Springer, 1985.
- [RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.

Avaliação

Avaliação contínua/periódica. Dois testes ao longo do semestre, com classificações T_1 e T_2 , respetivamente (nula em caso de falta). A classificação final é

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

se $T \geq 10$, ou REPROVADO caso contrário.

Avaliação por exame final. Os estudantes com $T < 10$, ou que pretendem desistir da classificação obtida na avaliação contínua/periódica, podem realizar um exame escrito na época de recurso, com classificação E . Os estudantes com $E \geq 8$ podem ainda optar para uma prova oral complementar, não obrigatória, com classificação O . A classificação final é

$$C = E \quad \text{ou} \quad C = \frac{E + O}{2}$$

(dependendo se o aluno realizou ou não a prova oral) se $C \geq 10$, ou REPROVADO caso contrário.

Informações online

Na minha página web

- http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/ccga_FIS_ENGFIS_2025-26.html

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt>

(o código de ativação é **ccga2526**) podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, notas das aulas, enunciados das provas de avaliação.

Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária¹: 168h = T 30h + TP/TP 30h + TI 108h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10					
10-11					
11-12	T _{3-0.08}	TP1 _{2-1.03}	atendimento		
12-13	T _{3-0.08}	TP1 _{2-1.03}	atendimento		
13-14					
14-15					
15-16					
16-17					
17-18					
18-19					

Plano das aulas e da avaliação

semana	2 ^a - 6 ^a feriados	matéria	avaliação
I	2 - 6 fev	Equações diferenciais ordinárias	
II	9 - 13 fev	EDOs autónomas, separáveis, de 1 ^a ordem	
III	16 - 20 fev	EDOs lineares de 2 ^a ordem	
IV	22 - 27 fev	EDOs não homogéneas, oscilador harmónico	
V	2 - 6 mar	Espaços euclidianos e hermíticos	
VI	9 - 13 mar	Operadores hermíticos e unitários	
VII	16 - 20 mar	Teorema espectral e diagonalização	
VIII	23 - 27 mar	Operadores positivos	teste 1 - 24 mar
IX	30 mar - 3 abr	PÁSCOA	
X	6 - 10 abr	Formas quadráticas	
	13 - 17 abr	Decomposição polar e valores singulares	
XI	20 - 24 abr 21 e 25 abr	Cónicas	
XII	27 abr - 1 mai 1 mai	Grupos e grupos de matrizes	
	4 - 8 mai	Exponencial e álgebras de Lie	
XIII	11 - 15 mai	EG	
XIV	18 - 22 mai	Sistemas de EDOs	
XV	25 - 29 mai		teste 2 - 26 mai
	1 - 5 jun		
	8 - 12 jun		Exame ?
	15 - 19 jun		Exame ?

¹T: aulas Teóricas, TP: Aulas Teórico-práticas, OT: Aulas Tutoriais, TI: Trabalho Independente e Avaliação.