

ENGFIS FIS

2023/24

Complementos de Cálculo e de Geometria Analítica infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab: CG - Edifício 6 - 3.48, tel: 253 604086

e-mail scosentino@math.uminho.pt

url <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

5 de Fevereiro de 2024

Objetivos de aprendizagem

- Resolver equações diferenciais lineares de coeficientes constantes.
- Identificar matrizes diagonalizáveis em bases ortonormadas.
- Utilizar a diagonalização para calcular o exponencial de matrizes
- Identificar cónicas/superfícies quádricas.
- Identificar a estrutura de grupo e interpretar o significado geométrico de alguns grupo de matrizes.
- Resolver sistemas de equações diferenciais lineares.

Conteúdos programáticos

- Equações diferenciais lineares com coeficientes constantes. Polinómio caraterístico. Método dos coeficientes indeterminados. Método de variação das constantes. Oscilações forçadas.
- Espaços euclidianos e hermíticos. Valores e vetores próprios de operadores auto-adjuntos. Teorema espectral. Diagonalização de matrizes simétricas, hermíticas e anti-hermíticas.
- Formas quadráticas reais e hermíticas, forma normal. Propriedades estacionárias dos vetores próprios. Formas quadráticas positivas, decomposição polar e valores singulares. Cónicas e superfícies quadráticas.
- Grupos de matrizes e simetrias. Grupo linear geral. Grupo ortogonal, rotações. Grupo unitário. Grupo de Lorentz.
- Exponencial de uma matriz. Sistemas de equações diferenciais, espaço de fases. Análise qualitativa: nodos, focos e selas. Sistemas não homogéneos.

Programa

0. **Equações diferenciais ordinária.** Equação de Newton. Exponencial. Equações diferenciais ordinárias (EDOs). EDOs autônomas, separáveis, lineares de primeira ordem. Substituições. ([Ap69] Vol 1, 8.1-7 e 8.21-28.)
1. **Equações diferenciais lineares.** Exponencial complexo e oscilações. Equações diferenciais lineares de 2ª ordem de coeficientes constantes. Equações homogêneas, método do polinômio característico. Equações não-homogêneas, método dos coeficientes indeterminados. Oscilador harmônico, oscilações forçadas. ([Ap69] Vol 1, 8.8-19, ou [MW85] Vol 2, 12.6-7)
2. **Espaços euclidianos e hermíticos.** Espaços euclidianos e espaços hermíticos. Norma, desigualdade de Cauchy-Schwarz. Bases ortonormadas, fórmula de Parseval. Ortonormalização de Gram-Schmidt. Complemento ortogonal, projeção ortogonal. Teorema de aproximação. ([Ap69] Vol 2, 1.11-17)
3. **Teorema espectral.** Adjunto de um operador. Operadores auto-adjuntos e simétricos. Operadores anti-hermíticos e normais. Operadores unitários. Teorema espectral. Diagonalização de matrizes. Operadores positivos. ([Ap69] Vol 2, 5.1-9)
4. **Formas quadráticas.** Operadores simétricos e formas quadráticas. Quociente de Rayleigh, propriedades estacionárias dos vetores próprios de um operador simétrico. Decomposição polar e valores singulares. Classificação das cónicas e formas normais. Superfícies quadráticas. ([Ap69] Vol 2, 5.12-18)
5. **Grupos de matrizes.** Grupos, subgrupos, homomorfismos e isomorfismos. Grupos de matrizes. Grupo linear, grupo linear especial. Grupo ortogonal, rotações. Grupo unitário. Grupo de Lorentz. ([Ap69] Vol 2, 5.10-11 e 5.19-20)
6. **Sistemas lineares de EDOs.** Exponencial de uma matriz, cálculo do exponencial. Álgebra de Lie de grupos de matrizes. Sistemas de EDOs, campos lineares. Análise qualitativa: nodos, focos e selas. Sistemas não homogêneos. ([Ap69] Vol 2, 7.1-10)

Referências

- [Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, 1969 [*Cálculo*, Editora Reverté, 1999].
- [MW85] J.E. Marsden and A. Weinstein, *Calculus I & II*, Springer, 1985.
- [RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.

Metodologias de ensino

Aulas teóricas (T 30h) dedicadas à exposição e explicação dos conteúdos e à demonstração de resultados, e aulas teórico-práticas (TP 30h) dedicadas à resolução de exercícios e problemas.

Avaliação

Avaliação contínua/periódica. Dois testes, com classificações T_1 e T_2 (nula em caso de falta). Um estudante é aprovado se $T = (T_1 + T_2)/2 \geq 10$.

Avaliação por exame final. Os estudantes com $T < 10$ ou que pretendem desistir da classificação obtida na avaliação contínua/periódica, podem realizar um exame escrito na época de recurso, com classificação E . Um estudante é aprovado se $E \geq 10$.

Prova oral. Os estudantes com $E \geq 8$ podem ainda optar para uma prova oral, não obrigatória, realizada depois do exame de recurso, com classificação O . Neste caso, a classificação final é $C = (E + O)/2$. Um estudante é aprovado se $C \geq 10$.

Informações online

Na minha página web

- http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/ccga_FIS_ENGFIS_2023-24.html

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt> (código de ativação **ccga2324**)

podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, notas das aulas, enunciados das provas de avaliação.

Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária¹: 168h = T 30h + TP/TP 30h + TI 108h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10			atendimento		
10-11	T _{3-0.08}				
11-12	T _{3-0.08}		TP2 _{1-2.20}		
12-13			TP2 _{1-2.20}		
13-14					
14-15					
15-16				TP1 _{3-1.02}	
16-17				TP1 _{3-1.02}	
17-18					
18-19					

¹T: aulas Teóricas, TP: Aulas Teórico-práticas, OT: Aulas Tutoriais, TI: Trabalho Independente e Avaliação.

Plano das aulas e da avaliação

semana	2 ^a -feira - sabado <small>feriados</small>	matéria	avaliação
I	5 fev - 10 fev	Equações diferenciais ordinárias	
II	12 fev - 17 fev	EDOs autônomas, separáveis, de 1 ^a ordem	
III	19 fev - 23 fev	EDOs lineares de 2 ^a ordem	
IV	26 fev - 2 mar	EDOs não homogêneas, oscilador harmónico	
V	4 mar - 9 mar	Espaços euclidianos e hermiticos	
VI	11 mar - 16 mar	Operadores hermiticos e unitários	
VII	18 mar - 23 mar	Teorema espectral e diagonalização	18 mar - teste 1
VIII	25 mar - 30 mar	<small>feriados</small> PÁSCOA	
IX	1 abr - 6 abr ¹ abr	Operadores normais e positivos	
X	8 abr - 13 abr	Formas quadráticas	
XI	15 abr - 20 abr ²⁵ abr	Decomposição polar e valores singulares	
XII	22 br - 27 abr	Cónicas	
XIII	29 abr - 4 mai ¹ mai	Grupos e grupos de matrizes	
XIV	6 mai - 11 mai	EG ?	
XV	13 mai - 18 mai	Exponencial e álgebras de Lie	
XVI	20 mai - 25 mai	Sistemas de EDOs	
XVII	27 mai - 1 jun		27 mai - teste 2
XVIII	3 jun - 8 jun		recurso?
XIX	10 jun - 15 jun		recurso?
XX	17 jun - 22 jun		