

ENGFIS FIS

2021/22

Complementos de Cálculo e de Geometria Analítica infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab: CG - Edifício 6 - 3.48, tel: 253 604086

e-mail scosentino@math.uminho.pt

url <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

9 de Fevereiro de 2022

Objetivos de aprendizagem

- Resolver equações diferenciais lineares de coeficientes constantes.
- Identificar matrizes diagonalizáveis em bases ortonormadas.
- Utilizar a diagonalização para calcular o exponencial de matrizes
- Identificar cónicas/superfícies quádricas.
- Identificar a estrutura de grupo e interpretar o significado geométrico de alguns grupo de matrizes.
- Resolver sistemas de equações diferenciais lineares.

Conteúdos programáticos

- Equações diferenciais lineares com coeficientes constantes. Polinómio caraterístico. Método dos coeficientes indeterminados. Método de variação das consantes. Oscilações forçadas.
- Espaços euclidianos e hermiticos. Valores e vetores próprios de operadores auto-adjuntos. Teorema espectral. Diagonalização de matrizes simétricas, hermiticas e anti-hermiticas.
- Formas quadráticas reais e hermiticas, forma normal. Propriedades estacionárias dos vetores próprios. Formas quadráticas positivas, decomposição polar e valores singulares. Cónicas e superfícies quadráticas.
- Grupos de matrizes e simetrias. Grupo linear geral. Grupo ortogonal, rotações. Grupo unitário. Grupo de Lorentz.
- Exponencial de uma matriz. Sistemas de equações diferenciais, espaço de fases. Análise qualitativa: nodos, focos e selas. Sistemas não homogéneos.

Programa

1. **Equações diferenciais lineares.** Números complexos. Equações diferenciais lineares de 2ª ordem de coeficientes constantes. Equações homogêneas, método do polinômio característico. Equações não-homogêneas, método dos coeficientes indeterminados. ([Ap69] Vol 1, Ch. 8 ou [MW85] Vol 2, Sec. 12.6-7)
2. **Espaços euclidianos e hermíticos.** Espaços euclidianos e espaços hermíticos. Norma, desigualdade de Cauchy-Schwarz. Bases ortonormadas, fórmula de Parseval. Ortonormalização de Gram-Schmidt. Complemento ortogonal, projeção ortogonal. Teorema de aproximação. ([Ap69] Vol 2 Ch. 1.11-17)
3. **Teorema espectral.** Adjunto de um operador. Operadores auto-adjuntos e simétricos. Operadores anti-hermíticos e normais. Operadores unitários. Teorema espectral. Diagonalização de matrizes. Operadores positivos. ([Ap69] Vol 2 Ch. 5.1-9)
4. **Formas quadráticas.** Operadores simétricos e formas quadráticas, diagonalização e teorema de inércia. Quociente de Rayleigh, propriedades estacionárias dos vetores próprios de um operador simétrico. Decomposição polar e valores singulares. Classificação das cónicas e formas normais. Superfícies quadráticas. ([Ap69] Vol 2 Ch. 5.12-18)
5. **Grupos de matrizes.** Grupos, subgrupos, homomorfismos e isomorfismos. Grupo linear, grupo linear especial. Grupo ortogonal, rotações. Grupo unitário. Grupo de Lorentz. ([Ap69] Vol 2 Ch. 5.10-11 e 5.19-20)
6. **Sistemas lineares de EDOs.** Exponencial de uma matriz, cálculo do exponencial. Álgebra de Lie de grupos de matrizes. Sistemas de EDOs, campos lineares. Análise qualitativa: nodos, focos e selas. Sistemas não homogêneos. ([Ap69] Vol 2 Ch. 7.1-10)

Referências

- [Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, 1969 [*Cálculo*, Editora Reverté, 1999].
- [La97] S. Lang, *Introduction to Linear Algebra*, Springer, 1997.
- [MW85] J.E. Marsden and A. Weinstein, *Calculus I & II*, Springer, 1985.
- [RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.

Metodologias de ensino

Aulas teóricas (T 30h) dedicadas à exposição e explicação dos conteúdos e à demonstração de resultados, e aulas teórico-práticas (TP 30h) dedicadas à resolução de exercícios e problemas.

Avaliação

Avaliação contínua/periódica. 2 testes, valendo cada um 50% da nota final.

Avaliação por exame final. Um exame escrito. Os alunos com nota não inferior a 8 valores podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida no exame escrito.

Informações online

Na minha página web

- http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/ccga_FIS_ENGFIS_2021-22.html

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt> (código de ativação **ccga2122**)

podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, notas das aulas, enunciados das provas de avaliação, resultados das provas de avaliação.

Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária¹: 168h = T 30h + TP/TP 30h + TI 108h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10	T _{3-1.02}				
10-11	T _{3-1.02}				
11-12		TP _{1-2.24}			
12-13		TP _{1-2.24}			
13-14					
14-15	TP _{2-2.01}		atendimento		
15-16	TP _{2-2.01}		atendimento		
16-17					
17-18					
18-19					

¹T: aulas Teóricas, TP: Aulas Teórico-práticas, OT: Aulas Tutoriais, TI: Trabalho Independente e Avaliação.

Plano das aulas e da avaliação

semana	2 ^a -feira - sabado	feriados	matéria	avaliação
I	14 fev - 19 fev		Equações diferenciais ordinárias	
II	21 fev - 26 fev		EDOs simples, autónomas e separáveis	
III	28 fev - 5 mar		EDOs lineares de 1 ^a ordem	
IV	7 mar - 12 mar		EDOs lineares de 2 ^a ordem	
V	14 mar - 19 mar		EDOs não homogéneas	
VI	21 mar - 26 mar		Oscilador harmónico	
VII	28 mar - 4 abr		Espaços euclidianos	
VIII	4 abr - 9 abr		Operadores hermíticos e unitários	4 abril - teste 1 ?
IX	11 abr - 16 abr		feriados PÁSCOA	
X	18 abr - 23 abr		Teorema espectral e diagonalização	
XI	25 abr - 30 abr		Formas quadráticas e cónicas	
XII	2 mai - 7 mai		Grupos e grupos de matrizes	
XIII	9 mai - 14 mai		Grupo ortogonal, unitário, ...	
XIV	16 mai - 21 mai		Exponencial e álgebras de Lie	
XV	23 mai - 28 mai		Sistemas de EDOs	
XVI	30 mai - 4 jun	^{3 jun}		30 maio - teste 2 ?
XVII	6 jun - 11 jun	^{10 jun}		período
XVIII	13 jun - 18 jun			de
XIX	20 jun - 25 jun			exames