

# ENGFIS FIS

2014/15

## Complementos de Cálculo e de Geometria Analítica infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab B.4023, tel 253 604086

e-mail [scsentino@math.uminho.pt](mailto:scsentino@math.uminho.pt)

url <http://w3.math.uminho.pt/~scsentino>

17 de Fevereiro de 2015

### Objectivos de Ensino

Pretende-se que os alunos desenvolvam os seus conhecimentos de álgebra linear e geometria analítica e adquiram técnicas de resolução de equações diferenciais lineares de modo a ter mais ferramentas para compreender, interpretar e explorar o mundo real, nomeadamente os vários problemas que terão de resolver noutras unidades curriculares.

### Resultados de aprendizagem

1. Resolver equações diferenciais lineares de 2<sup>a</sup> ordem de coeficientes constantes.
2. Diagonalizar matrizes normais, hermíticas, anti-hermíticas e unitárias.
3. Identificar cónicas e superfícies quádricas.
4. Identificar grupos de matrizes e interpretar o seu significado geométrico.
5. Resolver sistemas de equações diferenciais lineares.

### Programa Sucinto

1. Equações diferenciais lineares de ordem superior: Equações diferenciais lineares de 2<sup>a</sup> ordem de coeficientes constantes: método do polinómio característico e método dos coeficientes indeterminados.
2. Valores próprios e vectores próprios de uma matriz: Matrizes semelhantes. Diagonalização de matrizes. Casos especiais de matrizes normais, hermíticas, anti-hermíticas, unitárias. Matriz mudança de base. Formas quadrática e hermética: propriedades estacionárias dos vectores próprios; cónicas e superfícies quadráticas.
3. Grupos de matrizes: Grupos de matrizes e simetrias, grupo ortogonal, grupo unitário, grupo de Lorentz.

4. Sistemas de equações diferenciais: Espaço de fases, exponencial de uma matriz, resolução de sistemas de equações diferenciais lineares.

## Programa detalhado

1. **Equações diferenciais lineares de ordem superior.** Equações diferenciais lineares de 2<sup>a</sup> ordem de coeficientes constantes. Equações homogéneas, método do polinómio característico. Equações não-homogéneas, método dos coeficientes indeterminados. ([Ap69] Vol 1, Ch. 8)
2. **Espaços euclidianos e hermíticos.** Espaços euclidianos e espaços hermíticos. Norma, desigualdade de Cauchy-Schwarz. Bases ortonormadas, fórmula de Parseval. Ortonormalização de Gram-Schmidt. Complemento ortogonal, projeção ortogonal. Teorema de aproximação. ([Ap69] Vol 2 Ch. 1.11-17)
3. **Valores próprios e vectores próprios.** Matrizes diagonais. Valores próprios e vetores próprios. Polinómio característico. Diagonalização de matrizes. Matrizes semelhantes. Matriz mudança de base. ([Ap69] Vol 2 Ch. 4)
4. **Teorema espectral.** Valores próprios e produto interno. Adjunto de um operador. Operadores normais, auto-adjuntos e simétricos. Teorema espectral. ([Ap69] Vol 2 Ch. 5.1-9)
5. **Formas quadráticas.** Operadores simétricos e formas quadráticas, diagonalização e teorema de inércia. Classificação das cónicas e formas normais. Superfícies quadráticas. Quociente de Rayleigh, propriedades estacionária dos vetores próprios de um operador simétrico. ([Ap69] Vol 2 Ch. 5.12-18)
6. **Grupos de matrizes.** Grupos, subgrupos, homomorfismos e isomorfismos. Grupo linear, grupo linear especial. Grupo ortogonal, rotações. Grupo unitário. Grupo de Lorentz. ([Ap69] Vol 2 Ch. 5.10-11 e 5.19-20)
7. **Sistemas lineares di EDOs** Sistemas de EDOs, espaço de fases. Sistemas lineares. Exponencial de uma matriz, cálculo do exponencial. ([Ap69] Vol 2 Ch. 7.1-10)

## Bibliografia Essencial

[Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, 1969.

[RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.

## Metodologias de ensino

Aulas teóricas (T 30h) dedicadas à exposição e explicação dos conteúdos e à demonstração de resultados, e aulas teórico-práticas (TP 30h) dedicadas à resolução de exercícios e problemas.

## Avaliação

**Avaliação contínua/periódica.** 2 testes ao longo do semestre, valendo cada um 50% da nota final. Os alunos com nota final não inferior a 8 valores, podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida nos testes.

**Avaliação por exame final.** Um exame escrito. Os alunos com nota não inferior a 8 valores podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida no exame escrito.

## Informações online

Na minha página web

- [http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/ccga\\_FIS\\_ENGFIS\\_2014-15.html](http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/ccga_FIS_ENGFIS_2014-15.html)

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt> (código de ativação ccgaf1415)

podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, folhas práticas, notas das aulas, enunciados das provas de avaliação, resultados das provas de avaliação.

## Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária<sup>1</sup>: 168h = T 30h + TP 30h + TI 108h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10			T <sub>2.312</sub>		
10-11			T <sub>2.312</sub>		
11-12					TP <sub>3.205</sub>
12-13					TP <sub>3.205</sub>
13-14					
14-15					
15-16					
16-17					
17-18					
18-19					

## Referências

- [Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, 1969 [*Cálculo*, Editora Reverté, 1999].
- [Ar85] V.I. Arnold, *Equações diferenciais ordinárias*, MIR, 1985.
- [Ar89] V.I. Arnold, *Metodi geometrici della teoria delle equazioni differenziali ordinarie*, Editori Riuniti - MIR, 1989.
- [Ba77] F. Banino, *Geometria per fisici*, Feltrinelli, 1977.
- [BDP92] W.E. Boyce and R.C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, John Wiley, 1992.
- [Bo89] N. Bourbaki, *Elements of Mathematics, Algebra I*, Springer, 1989.
- [BR98] T.S. Blyth and E.F. Robertson, *Basic Linear Algebra*, McGraw Hill, 1998.
- [Go96] R. Godement, *Cours d'algébre* (Troisième édition mise à jour), Hermann Éditeurs, 1996.
- [Ha58] P.R. Halmos, *Finite dimensional vector spaces*, Van Nostrand, 1958.
- [KKR62] C. Kittel, W.D. Knight and M.A. Ruderman, *Berkeley Physics*, McGraw-Hill, 1962.

---

<sup>1</sup>T: aulas Teóricas, TP: Aulas Teórico-práticas, OT: Aulas Tutoriais, TI: Trabalho Independente e Avaliação.

- [La87] S. Lang, *Linear Algebra* (Third Edition), UTM Springer, 1987.
- [La97] S. Lang, *Introduction to Linear Algebra*, Springer, 1997.
- [MB99] S. MacLane and G. Birkhoff, *Algebra* (Third Edition), AMS Chelsea Publishing, 1999.
- [RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.
- [Wa91] B.L. van der Waerden, *Algebra*, Springer, 1991 [*Moderne Algebra*, 1930-1931].
- [We52] H. Weyl, *Space Time Matter*, Dover, 1952 [*Raum Zeit Materie*, 1921].

## Plano das aulas e da avaliação

semana	2 <sup>a</sup> -feira - sábado feriados?	matéria	avaliação
I	16 fev - 21 fev	EDOs	
II	23 fev - 28 fev	EDOs de 2 <sup>a</sup> ordem lineares	
III	2 mar - 7 mar	Coeficientes indeterminados	
IV	9 mar - 14 mar	Oscilador harmônico	
V	16 mar - 21 mar	Espaços hermíticos	
VI	23 mar - 28 mar	Operadores hermíticos	
VII	30 mar - 4 abr	feriados PÁSCOA (1-6 abr)	
VIII	6 abr - 11 abr	Teorema espectral	
IX	13 abr - 18 abr	Formas quadráticas	
X	20 abr - 25 abr	Cônicas	teste 1 - 24 abr T
XI	27 abr - 2 mai	Grupo linear	
XII	4 mai - 9 mai	Grupo ortogonal, grupo unitário	
XIII	11 mai - 16 mai	EG ?	
XIV	18 mai - 23 mai	Outros grupos de matrizes	
XV	25 mai - 30 mai	Sistemas de EDOs	
XVI	1 jun - 6 jun	Exponencial de uma matriz	
XVII	8 jun - 13 jun	Análise de sistemas de EDOs	
XVIII	15 jun - 20 jun		teste 2 - 17 jun
IXX	22 jun - 27 jun	fim período da aulas	
XX	29 jun - 5 jul		Exame
XXI	6 jul - 11 jul		Exame