

# MIEMEC 2016/17

## Complementos de Análise Matemática EE infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho  
Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL  
gab B.4023, tel 253 604086  
e-mail [scosentino@math.uminho.pt](mailto:scosentino@math.uminho.pt)  
url <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

13 de Setembro de 2016

### Objetivos da unidade curricular

Pretende-se que o aluno adquira as noções básicas e os principais métodos de resolução de Equações Diferenciais Ordinárias e de Equações com Derivadas Parciais.

### Conteúdos programáticos

**Introdução às equações diferenciais ordinárias.** Classificação de equações diferenciais. Soluções explícitas e implícitas de equações diferenciais. Problemas com condições iniciais e problemas com condições de fronteira.

**Resolução analítica de equações diferenciais de primeira ordem.** Equações diferenciais exatas. Equações diferenciais separáveis. Equações diferenciais homogéneas. Equações diferenciais lineares.

**Resolução analítica de equações diferenciais de ordem  $n$ .** Propriedades das equações diferenciais lineares homogéneas. Propriedades das equações diferenciais lineares não homogéneas. Equações lineares homogéneas com coeficientes constantes. Método dos coeficientes indeterminados. Método de variação das constantes.

**A transformada de Laplace.** Definição e existência. Propriedades básicas. Transformada inversa de Laplace e convolução. Aplicação à resolução de problemas com condições iniciais.

**Introdução às equações diferenciais parciais.** Problemas com condições de fronteira: valores próprios e funções próprias. Classificação de equações diferenciais parciais de segunda ordem. O princípio da sobreposição.

**Separação de variáveis, séries de Fourier e aplicações.** A equação de calor; separação de variáveis. Séries de Fourier: definição e principais propriedades. Aplicação à equação de calor. Aplicação à equação de onda. Aplicação à equação de Laplace.

## Programa detalhado

**Equações diferenciais ordinárias.** Equações diferenciais ordinárias (EDOs): espaço de fases, campos de direcções, curvas integrais, problema com condições iniciais, problema com condições de fronteira. Integração numérica e simulações. Campos de vetores e EDOs autónomas. EDOs lineares de primeira ordem. EDOs separáveis e homogéneas. EDOs exatas e campos conservativos. EDOs lineares homogéneas com coeficientes constantes, polinómio característico. Wronskiano e independência linear. Números complexos e oscilações. Princípio de sobreposição. Variação dos parâmetros e coeficientes indeterminados. Oscilador harmónico, oscilações forçadas, batimentos e ressonância. [Ap69, Ar85, BDP92, Be62, HS74, RHB06, Ro04, Si91]

**Transformada de Laplace.** Transformada de Laplace e suas propriedades. Produto de convolução. Transformada de Laplace inversa, fórmula de Mellin. Aplicações da transformada de Laplace à resolução de equações diferenciais. Função de transferência e resposta impulsiva. [BDP92, Bi80, RHB06]

**Equações diferenciais parciais.** Equações diferenciais parciais (EDPs): problema com condições iniciais e/ou condições de fronteira. EDPs de primeira ordem e características. Operadores diferenciais lineares, ondas planas e símbolo. Classificação dos operadores diferenciais lineares de grau dois: EDPs elípticas, hiperbólicas e parabólicas. Equação de Laplace, funções harmónicas. Equação de onda, ondas planas. Solução de d'Alembert: ondas viajantes. Equação de calor, solução fundamental. [Ap69, Ar04, BDP92, Bi80, GdF87, HC89, Io05, O'N99, Pi91, RHB06]

**Separação de variáveis e séries de Fourier.** Separação de variáveis, problema de Sturm-Liouville. Corda vibrante, harmónicas, ondas estacionárias. Condução de calor, modos. Séries de Fourier complexas. Séries de Fourier de senos e/ou cossenos. Produto de convolução. Convergência pontual das séries de Fourier. Espaço das funções de quadrado integrável, convergência em média quadrática, identidade de Parseval. Aplicações das séries de Fourier à resolução de EDPs: corda vibrante, condução de calor, equação de Laplace. [Ar04, BDP92, Fo92, GdF87, HC89, Io05, O'N99, RHB06, SS03]

## Bibliografia essencial

[BDP92] W.E. Boyce and R.C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, John Wiley, 1992.

[RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.

[Ro04] J.C. Robinson, *An introduction to ordinary differential equations*, Cambridge University Press, 2004.

## Método de ensino

Aulas teóricas (T 30h), dedicadas à exposição da matéria, e aulas teórico-práticas (TP 30h), dedicadas à discussão de problemas, exercícios e exemplos relevantes.

## Avaliação

**Avaliação contínua/periódica.** 2 testes ao longo do semestre, valendo cada um 50% da nota final. Os alunos com nota final não inferior a 8 valores, podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida nos testes.

**Avaliação por exame final.** Um exame escrito. Os alunos com nota não inferior a 8 valores podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida no exame escrito.

## Informações online

Na minha página web

- [http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/cam\\_MIEMEC\\_2016-17.html](http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/cam_MIEMEC_2016-17.html)

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt> (código de ativação **cammec1617**)

podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, folhas práticas, notas de aulas, enunciados das provas de avaliação, resultados das provas de avaliação.

## Horário

Créditos: 5 ECTS.

Carga horária:  $140h =^1 \text{T} 30h + \text{TP} 30h (\times 3 \text{ turmas}) + \text{TI} 80h$ .

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10					
10-11					
11-12		atendimento			
12-13		atendimento			
13-14					
14-15					
15-16		<b>T</b> <sub>B1.10</sub>		<b>TP3</b> <sub>B3.38B</sub>	
16-17		<b>T</b> <sub>B1.10</sub>		<b>TP3</b> <sub>B3.38B</sub>	
17-18		<b>TP1</b> <sub>B3.38B</sub>		<b>TP2</b> <sub>B3.38B</sub>	
18-19		<b>TP1</b> <sub>B3.38B</sub>		<b>TP2</b> <sub>B3.38B</sub>	

---

<sup>1</sup> **T:** aulas Teóricas; **TP:** Aulas Teórico-práticas; **OT:** Aulas Tutoriais; **TI:** Trabalho Independente e Avaliação.

## Plano das aulas

semana	$2^{\text{a}}$ -feira - sábado	feriados	matéria	avaliação
I	12 set - 17 set		Introdução às EDOs	
II	19 set - 24 set		EDOs simples e autónomas	
III	26 out - 1 out		EDOs lineares de 1 <sup>a</sup> ordem	
IV	3 out - 8 out	5 out	EDOs separáveis, homogéneas e exatas	
V	10 out - 15 out		EDOs lineares homogéneas	
VI	17 out - 22 out		Variação dos parâmetros e coef. indeterminados	
VII	24 out - 29 out		Transformada de Laplace	
VIII	31 out - 5 nov	1 nov	Aplicações da transformada de Laplace	
IX	7 nov - 12 nov		Introdução às EDPs	teste 1 <sup>8 nov</sup>
X	14 nov - 19 nov		Laplace, ondas e calor	
XI	21 nov - 26 nov		Separação de variáveis, corda vibrante	
XII	28 nov - 3 dez	1 dez	Condução de calor	
XIII	5 dez - 10 dez	8 dez	Séries de Fourier	
XIV	12 dez - 17 dez		Aplicações das séries de Fourier	
XV	19 dez - 24 dez	22 23 24 dez	Aplicações das séries de Fourier	
		22 dez - 2 jan	FÉRIAS	
XVI	2 jan - 7 jan	2 jan		teste 2 <sup>3 jan</sup>
XVII	9 jan - 14 jan			oral
XVIII	16 jan - 21 jan			
IX	23 jan - 28 jan			Exames
XX	31 jan - 4 fev			Recurso

## Referências

- [Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, 1969 [*Cálculo*, Editora Reverté, 1999].
- [Ar85] V.I. Arnold, *Equações diferenciais ordinárias*, Mir, 1985.
- [Ar89] V.I. Arnold, *Metodi geometrici della teoria delle equazioni differenziali ordinarie*, Editori Riuniti - MIR, 1989.
- [Ar04] V.I. Arnold, *Lectures on Partial Differential Equations*, Springer - PHASIS, 2004.
- [BDP92] W.E. Boyce and R.C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, John Wiley, 1992.
- [Be62] C. Kittel, W.D. Knight and M.A. Ruderman, *Berkeley Physics*, McGraw-Hill 1962.
- [Bi80] A.V. Bitsadze, *Equations of Mathematical Physics*, Mir, 1980.
- [Fo92] Gerald B. Folland, *Fourier analysis and its applications*, American Mathematica Society, 1992.
- [GdF87] D. Guedes de Figueiredo, *Análise de Fourier e equações diferenciais parciais*, Projeto Euclides, IMPA, 1987.
- [HC89] D. Hilbert and R. Courant, *Methoden der Mathematischen Physik*, Verlag 1924 [*Methods of mathematical physics*, Wiley-VCH, 1989].
- [HS74] M.W. Hirsch and S. Smale, *Differential equations, dynamical systems and linear algebra*, Academic Press, 1974.
- [KF83] A.N. Kolmogorov e S.V. Fomin, *Elementos de Teoria das Funções e de Análise Funcional*, MIR, 1983.
- [Io05] V. Iório, *EDP, um Curso de Graduação*, Coleção Matemática Universitária, IMPA, 2005.
- [LL78] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Mecânica*, MIR, 1978.
- [MF05] P.M. Morse and H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, McGraw-Hill, 1953 [Feshbach Publishing, 2005].
- [O'N99] Peter V. O'Neil, *Beginning Partial Differential Equations*, John Wiley & Sons, 1999.
- [Pi91] Mark A. Pinsky, *Partial Differential Equations and Boundary-Value Problems with Applications*, McGraw-Hill, 1991.
- [RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Third Edition, Cambridge University Press, 2006.
- [Ro04] J.C. Robinson, *An introduction to ordinary differential equations*, Cambridge University Press, 2004.
- [Si91] G.F. Simmons, *Differential equations with applications and historical notes*, McGraw-Hill, 1991.
- [SS03] E.M. Stein and R. Shakarchi, *Fourier Analysis: An Introduction*, Princeton Lectures in Analysys I, Princeton University Press, 2003.