

ENGQUBIO 2026/27

Complementos de Análise Matemática para Engenharia

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab CG - Edifício 6 - 3.48, tel 253 604086

e-mail scosentino@math.uminho.pt

url <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

11 de Setembro de 2026

Resultados de aprendizagem

- Relacionar a noção de derivada de uma função complexa com as condições de Cauchy-Riemann;
- Resolver equações diferenciais ordinárias de primeira ordem;
- Aplicar o método dos coeficientes indeterminados na resolução analítica de equações diferenciais ordinárias lineares não homogêneas de ordem superior.
- Aplicar a transformada de Laplace e a sua inversa na resolução de problemas de valores iniciais envolvendo equações diferenciais ordinárias lineares com coeficientes constantes.
- Aplicar o método de separação de variáveis na determinação da solução analítica de equações diferenciais parciais lineares de segunda ordem.

Programa sucinto

- Funções holomorfas. Equações de Cauchy-Riemann e funções harmónicas.
- Introdução às equações diferenciais ordinárias: classificação de equações diferenciais; soluções explícitas e implícitas de EDs; problemas de valores iniciais e problemas de valores de fronteira.
- Resolução analítica de equações diferenciais de primeira ordem: EDOs exatas, de variáveis separáveis e lineares.
- Resolução analítica de equações diferenciais lineares de ordem n . Método dos coeficientes indeterminados.
- Transformada de Laplace e sua inversa na aplicação à resolução de PVI's.
- Introdução às equações diferenciais parciais: problemas com condições de fronteira: valores próprios e funções próprias; classificação de EDPs lineares de segunda ordem.
- Separação de variáveis. Séries de Fourier e aplicações: equação de calor, equação de onda e equação de Laplace.

Programa

Equações diferenciais ordinárias. Equações diferenciais ordinárias (EDOs): classificação, espaço de fases, campos de direcções, curvas integrais. Problema com condições iniciais e problema com condições de fronteira. [Ap, BDP, RHB]

Equações diferenciais de primeira ordem. Campos de vetores e EDOs autónomas. EDOs lineares de primeira ordem. EDOs separáveis e homogêneas. Diferenciais exatos. [Ap, BDP, RHB]

Equações diferenciais lineares. EDOs lineares com coeficientes constantes, polinómio característico. Wronskiano e independência linear. Números complexos e oscilações. Princípio de sobreposição. Variação das constantes e coeficientes indeterminados. Oscilador harmónico, oscilações forçadas, batimentos e ressonância. [Ap, BDP, RHB]

Transformada de Laplace. Transformada de Laplace e suas propriedades. Produto de convolução. Transformada de Laplace inversa, fórmula de Mellin. Aplicações da transformada de Laplace à resolução de equações diferenciais. Função de transferência e resposta impulsiva. [BDP, RHB]

Equações diferenciais parciais. Equações diferenciais parciais (EDPs): problema com condições iniciais e/ou condições de fronteira. Princípio de sobreposição. Classificação das EDPs lineares de segunda ordem: elípticas, hiperbólicas e parabólicas. Equação de Laplace, funções holomorfas e funções harmónicas. Equação de onda, ondas planas e ondas viajantes. Equação de calor, solução fundamental. [BDP, Ol, RHB]

Separação de variáveis e séries de Fourier. Separação de variáveis. Corda vibrante, ondas estacionárias. Condução de calor, modos. Séries de Fourier e suas propriedades principais. Produto de convolução. Convergência das séries de Fourier. Aplicações das séries de Fourier à resolução de EDPs: corda vibrante, condução de calor, equação de Laplace. [BDP, Ol, RHB, SS]

Referências

- [Ap] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, 1969 [*Cálculo*, Editora Reverté, 1999].
- [BDP] W.E. Boyce and R.C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, John Wiley, 1992.
- [Co] S. Cosentino, *Complementos de Análise Matemática par engenheiros*, notas publicadas na e-learning, 2026.
- [Ol] P. Olver, *Introduction to Partial Differential Equations*, Springer, 2014.
- [RHB] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.
- [SS] E.M. Stein and R. Shakarchi, *Fourier Analysis: An Introduction*, Princeton Lectures in Analysis I, Princeton University Press, 2003.

Avaliação

Avaliação contínua/periódica. Dois testes ao longo do semestre, com classificações T_1 e T_2 , respetivamente (nula em caso de falta). A classificação final é

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

se $T \geq 10$, ou REPROVADO caso contrário.

Avaliação por exame final. Os estudantes com $T < 10$, ou que pretendem desistir da classificação obtida na avaliação contínua/periódica, podem realizar um exame escrito na época de recurso, com classificação E . A classificação final é

$$C = E$$

se $C \geq 10$, ou REPROVADO caso contrário.

Informações online

Na minha página web

- http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/cam_ENGQUBIO_2026-27.html

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt>

(o código de ativação é **cam2627**) podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, notas das aulas, enunciados das provas de avaliação.

Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária¹: 168h = **T** 30h + **TP** 30h + **TI** 108h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10			atendimento		
10-11			atendimento		
11-12		T _{2-1.13}			
12-13		T _{2-1.13}			
13-14					
14-15					
15-16					
16-17	TP _{1-2.18}				
17-18	TP _{1-2.18}				
18-19					
18-19					

Plano das aulas e da avaliação

semana	2 ^a - 6 ^a feriados	matéria	avaliação
I	14 set - 18 set	Introdução às EDOs	
II	21 set - 25 set	EDOs autônomas e separáveis	
III	28 set - 2 out	EDOs lineares de primeira ordem	
IV	5 out - 9 out 5 out	EDOs lineares homogêneas	
V	12 out - 16 out	Método dos coeficientes indeterminados	
VI	19 out - 23 out	Oscilador harmônico e oscilações forçadas	
VII	26 out - 30 out	Transformada de Laplace	1º teste 27 out
VIII	2 nov - 6 nov	Função de transferência e resposta impulsiva	
IX	9 nov - 13 nov	EDPs da física matemática	
X	16 nov - 20 nov	Funções holomorfas e funções harmônicas	
XI	23 nov - 27 nov	Ondas viajantes	
XII	30 nov - 4 dec 1 dez	Separação de variáveis, corda vibrante	
XIII	7 dez - 11 dez 8 dez	Séries de Fourier	
XIV	14 dez - 18 dez	Convergência das séries de Fourier	
	21 dez - 2 jan	FÉRIAS	
XV	4 jan - 8 jan	Aplicações das séries de Fourier	2º teste 5 jan
	11 jan - 15 jan		
	18 jan - 22 jan		
	25 jan - 29 jan		recurso ?

¹**T**: aulas Teóricas, **TP**: Aulas Teórico-práticas, **OT**: Aulas Tutoriais, **TI**: Trabalho Independente e Avaliação.