

ENGFIS FIS

2022/23

## Álgebra Linear e Geometria Analítica para Ciências infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab CG - Edifício 6 - 3.48, tel 253 604086

e-mail [scosentino@math.uminho.pt](mailto:scosentino@math.uminho.pt)

url <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

16 de Setembro de 2022

### Objectivos de aprendizagem

- Resolver problemas envolvendo retas, planos e esferas em  $\mathbb{R}^3$ .
- Operar com matrizes
- Calcular a inversa de uma matriz
- Resolver sistemas de equações lineares
- Determinar uma base e a dimensão de um subespaço vetorial de  $\mathbb{R}^n$
- Representar matricialmente transformações lineares
- Calcular o determinante de uma matriz
- Calcular os valores próprios e os vetores próprios de uma matriz

### Conteúdos programáticos

**Álgebra vetorial no plano e no espaço.** Escalares e vetores. Adição de vetores. Multiplicação por um escalar. Norma de um vetor. Produto interno. Produto misto. Retas, planos e esferas.

**Matrizes.** Operações. Matrizes invertíveis. Matrizes em forma de escada. Condensação. Característica de uma matriz.

**Sistemas de equações lineares.** Classificação. Algoritmo de eliminação de Gauss. O algoritmo de Gauss-Jordan para a inversão de matrizes invertíveis.

**Espaços Vetoriais  $\mathbb{R}^n$ .** Dependência e independência lineares. Subespaço vetorial. Geradores de um subespaço vetorial. Base e dimensão de um subespaço vetorial.

**Aplicações lineares.** Definição. Matriz de uma aplicação linear. Composição de aplicações lineares. Simetrias. Rotações.

**Determinantes.** Cálculo de determinantes. Método de Gauss, teorema de Laplace. Caracterização de matrizes invertíveis, cálculo da inversa, regra de Cramer.

**Valores e vetores próprios de uma matriz.** Definição. Cálculo de valores e vetores próprios.

## Bibliografia principal

[Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, 1969.

[Ax15] S. Axler, *Linear Algebra Done Right*, Springer, 2015.

[La97] S. Lang, *Introduction to Linear Algebra*, Springer, 1997.

## Metodologias de ensino

Aulas teóricas (T 30h) dedicadas à exposição e explicação dos conteúdos e à demonstração de resultados, e aulas teórico-práticas (TP 30h) dedicadas à resolução de exercícios e problemas.

## Avaliação

**Avaliação contínua/periódica.** 2 testes ao longo do semestre, valendo cada um 50% da nota final. Os alunos com nota final não inferior a 8 valores, podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida nos testes.

**Avaliação por exame final.** Um exame escrito. Os alunos com nota não inferior a 8 valores podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida no exame escrito.

## Informações online

Na minha página web

- [http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/alfa\\_FIS\\_ENGFIS\\_2022-23.html](http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/alfa_FIS_ENGFIS_2022-23.html)

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt>

(o código de ativação é **alfa2223**) podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, notas das aulas e exercícios, enunciados das provas de avaliação.

## Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária<sup>1</sup>: 168h = **T** 30h + **TP<sub>ENGFIS</sub>**/**TP<sub>FIS</sub>** 30h + **TI** 108h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10					
10-11					
11-12					
12-13					
13-14					
14-15			atendimento	<b>T<sub>1-1.05</sub></b>	
15-16			atendimento	<b>T<sub>1-1.05</sub></b>	
16-17		<b>TP<sub>2</sub><sub>1-2.27</sub></b>		<b>TP<sub>1</sub><sub>3-1.05</sub></b>	
17-18		<b>TP<sub>2</sub><sub>1-2.27</sub></b>		<b>TP<sub>1</sub><sub>3-1.05</sub></b>	
18-19					

## Plano das aulas e da avaliação

semana	2 <sup>a</sup> -feira - 6 <sup>a</sup> -feira <sup>feriados</sup>	matéria	avaliação
I	19 set - 23 set	Vetores	
II	26 set - 30 set	Produto escalar, norma e distância	
III	3 out - 7 out <sup>5 out</sup>	Retas e planos	
IV	10 out - 14 out	Subespaços e bases	
V	17 out - 21 out	Produto vetorial, área e volume	
VI	24 out - 28 out	Espaços lineares	
VII	31 out - 4 nov <sup>1 nov</sup>	Transformações lineares	<b>1º teste - 3 nov</b>
VIII	7 nov- 11 nov	Matrizes	
IX	14 nov - 18 nov	Transformações lineares e matrizes	
X	21 nov - 25 nov	Composição e inversão	
XI	28 nov - 2 dez <sup>1 dez</sup>	Sistemas lineares	
XII	5 dez - 9 dez <sup>8 dez</sup>	Algoritmo de Gauss-Jordan	
XIII	12 dez - 16 dez	Volumes e determinantes	
	<b>19 dez - 31 dez</b>	<b>FÉRIAS</b>	
XIV	2 jan - 6 jan	Valores e vetores próprios	
XV	9 jan - 13 jan	Diagonalização	<b>2º teste - 12 jan</b>
	16 jan - 20 jan		<b>Classificações</b>
	23 jan - 8 fev		<b>RECURSO</b>

<sup>1</sup>**T**: aulas Teóricas, **TP**: Aulas Teórico-práticas, **OT**: Aulas Tutoriais, **TI**: Trabalho Independente e Avaliação.

## Referências

- [Ap69] T.M. Apostol, *Calculus*, John Wiley & Sons, 1969 [*Cálculo*, Editora Reverté, 1999].
- [Ax15] S. Axler, *Linear Algebra Done Right*, Third edition, Springer, 2015.
- [BR98] T.S. Blyth and E.F. Robertson, *Basic Linear Algebra*, McGraw Hill, 1998.
- [Ef17] J. Efferon, *Linear Algebra*, <http://joshua.smcvt.edu/linearalgebra>, 2017.
- [FIS03] S.H. Friedberg, A.J. Insel and L.E. Spence, *Linear Algebra*, Prentice Hall, 2003.
- [Go96] R. Godement, *Cours d'algèbre* (Troisième édition mise à jour), Hermann Éditeurs, 1996.
- [Ha58] P.R. Halmos, *Finite dimensional vector spaces*, Van Nostrand, 1958.
- [La87] S. Lang, *Linear Algebra*, Third Edition, UTM Springer, 1987.
- [La97] S. Lang, *Introduction to Linear Algebra*, Second Edition, UTM Springer, 1997.
- [Me00] C.D. Meyer, *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*, SIAM, 2000.
- [MB99] S. MacLane and G. Birkhoff, *Algebra (Third Edition)*, AMS Chelsea Publishing, 1999.
- [RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.
- [Sh77] E.G. Shilov, *Linear algebra*, Dover, 1977.
- [St98] G. Strang, *Linear Algebra and its Applications*, Hartcourt Brace Jonovich Publishers, 1998.
- [St09] G. Strang, *Introduction to Linear Algebra*, fourth edition, Wellesley-Cambridge Press and SIAM, 2009.  
<http://math.mit.edu/linearalgebra/> MIT Linear Algebra Lectures