

ENGFIS FIS  
2023/24

Análise Complexa e de Fourier  
infos

Salvatore Cosentino

Departamento de Matemática - Universidade do Minho

Campus de Gualtar, 4710 Braga - PORTUGAL

gab CG - Edifício 6 - 3.48, tel 253 604086

e-mail [scosentino@math.uminho.pt](mailto:scosentino@math.uminho.pt)

url <http://w3.math.uminho.pt/~scosentino>

7 de Setembro de 2023

## Objetivos de aprendizagem

- Aplicar os teoremas fundamentais da análise complexa à resolução de problemas físicos.
- Relacionar a noção de derivada de uma função complexa com as condições de Cauchy--Riemann.
- Utilizar a técnica de desenvolvimento em séries de Laurent no estudo de singularidades de funções complexas.
- Aplicar o método dos resíduos ao cálculo de integrais reais e complexos.
- Utilizar transformações conformes para resolução de problemas de contorno em domínios de geometria simples.
- Aplicar o método de separação de variáveis e o conceito de expansão de uma função em série de Fourier na resolução das equações do calor, de Laplace e das ondas.

## Conteúdos programáticos

Álgebra, geometria e topologia do plano complexo. Derivada complexa, funções holomorfas. Condições de Cauchy-Riemann.

Integrais de contorno. Teorema de Cauchy--Goursat. Fórmulas integrais de Cauchy e consequências. Teorema fundamental da Álgebra.

Séries de potências, funções analíticas. Séries de Taylor e séries de Laurent.

Singularidades isoladas, cálculo dos resíduos e aplicação ao cálculo de integrais reais.

Aplicações conformes, grupo de Möbius. Funções harmónicas, método das transformações conformes.

Equações diferenciais parciais da física-matemática: ondas, calor e Laplace. Método de separação de variáveis.

Séries de Fourier. Transformada de Fourier. Produto de convolução. Aplicações das séries e da transformada de Fourier às equações diferenciais parciais.

Avaliação assintótica de integrais. Integrais do tipo Laplace e do tipo Fourier. Método do “steepest descent” .

## Bibliografia Essencial

[RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.

## Metodologias de ensino

Aulas teóricas (T 30h) dedicadas à exposição e explicação dos conteúdos e à demonstração de resultados, e aulas teórico-práticas (TP 30h) dedicadas à resolução de exercícios e problemas.

## Avaliação

**Avaliação contínua/periódica.** 2 testes ao longo do semestre, valendo cada um 50% da nota final. Os alunos com nota final não inferior a 8 valores, podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida nos testes.

**Avaliação por exame final.** Um exame escrito. Os alunos com nota não inferior a 8 valores podem ainda optar para uma prova oral complementar: neste caso a nota final será a média aritmética entre a nota da prova oral e a nota obtida no exame escrito.

## Informações online

Na minha página web

- [http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/acf\\_FIS\\_ENGFIS\\_2023-24.html](http://w3.math.uminho.pt/~scosentino/teaching/acf_FIS_ENGFIS_2023-24.html)

ou na página *e-learning* da Universidade do Minho (blackboard)

- <http://elearning.uminho.pt>

(o código de ativação é [acf2324](#)) podem encontrar: avisos, informações, programa, bibliografia, metodologia de avaliação, horários das aulas e de atendimento, notas das aulas, enunciados das provas de avaliação.

## Horário

Créditos ECTS: 6.

Carga horária<sup>1</sup>: 168h = T 30h + TP<sup>ENGFIS</sup>/TP<sup>FIS</sup> 30h + TI 108h.

	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
8-9					
9-10	TP2 <sub>1-2.24</sub>	T <sub>3-0.07</sub>		TP1 <sub>1-1.25</sub>	
10-11	TP2 <sub>1-2.24</sub>	T <sub>3-0.07</sub>		TP1 <sub>1-1.25</sub>	
11-12					
12-13					
13-14					
14-15			atendimento		
15-16			atendimento		
16-17					
17-18					
18-19					
18-19					

## Plano das aulas e da avaliação

semana	2 <sup>a</sup> -feira - 6 <sup>a</sup> -feira <small>feriados</small>	matéria	avaliação
I	11 set - 15 set	Álgebra e geometria do plano complexo	
II	218 set - 22 set	Funções holomorfas	
III	25 set - 29 set	Séries de potências, exp, sin e cos	
IV	2 out - 6 out <sup>5 out</sup>	Integrais de contornos e primitivas	
V	9 out - 13 out	Teorema e fórmula de Cauchy, séries de Taylor	
VI	16 out - 20 out	Séries de Laurent, singularidades	
VII	23 out - 27 out	Resíduos e cálculo de integrais	
VIII	30 out - 3 nov <sup>1 nov</sup>	Separação de variáveis, ondas, calor	1 <sup>o</sup> teste - 31 out
IX	6 nov - 10 nov	Séries de Fourier	
X	13 nov - 17 nov	Aplicações das séries de Fourier	
XI	20 nov - 24 nov	Transformada de Fourier	
XII	27 nov - 1 dez <sup>1 dez</sup>	Aplicações da transformada de Fourier	
XIII	4 dez - 8 dez <sup>8 dez</sup>	Funções harmônicas	
XIII	11 dez - 15 dez	Transformações conformes	
	18 dez - 1 jan	FÉRIAS	
XIV	1 jan - 5 jan	Avaliação assintótica de integrais	
	8 jan - 12 jan		2 <sup>o</sup> teste - 9 jan
	15 jan - 19 jan		recurso

<sup>1</sup>T: aulas Teóricas, TP: Aulas Teórico-práticas, OT: Aulas Tutoriais, TI: Trabalho Independente e Avaliação.

## Referências

- [Ah79] L.V. Ahlfors, *Complex Analysis*, McGraw-Hill, 1979.
- [Ba09] L. Barreira, *Análise Complexa e Equações Diferenciais*, IST Press, 2009.
- [BDP92] W.E. Boyce and R.C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, John Wiley, 1992.
- [Fo92] G.B. Folland, *Fourier analysis and its applications*, American Mathematical Society, 1992.
- [GdF87] D. Guedes de Figueiredo, *Análise de Fourier e equações diferenciais parciais*, Projeto Euclides, IMPA, 1987.
- [La03] S. Lang, *Complex Analysis*, GTM **103**, Springer Verlag, 2003.
- [LC72] M. Laurentiev et B. Chabat, *Méthodes de la théorie des fonctions d'une variable complexe*, Éditions de Moscou MIR, 1972.
- [LN96] A. Lins Neto, *Funções de uma variável complexa*, Projeto Euclides, IMPA, 1996.
- [Ma99] J.E. Marsden, *Basic complex analysis*, W.H. Freeman 1999.
- [RHB06] K.F. Riley, M.P. Hobson and S.J. Bence, *Mathematical Methods for Physics and Engineering*, Cambridge University Press, 2006.
- [Ru87] W. Rudin, *Real and complex analysis*, McGraw-Hill 1987.
- [Sm03a] G. Smirnov, *Análise Complexa e Aplicações*, Escolar Editora, 2003.
- [Sm03b] G. Smirnov, *Curso de Análise Linear*, Escolar Editora, 2003.
- [SS03I] E.M. Stein and R. Shakarchi, *Fourier Analysis: An Introduction*, Princeton Lectures in Analysis I, Princeton University Press, 2003.
- [SS03II] E.M. Stein and R. Shakarchi, *Complex Analysis*, Princeton Lectures in Analysis II, Princeton University Press, 2003.