28/1/2019 recurso	Análise Complexa	FIS MIENGFIS

1. *(2 valores)* Resolva a equação
$$\cos(z) = 3\,.$$

2. *(2 valores)* Verifique se a seguinte função, definida em $\mathbb{C}$, é holomorfa:
$$f(x+iy) = ix + y\,.$$

3. *(2 valores)* Calcule o integral
$$\int_\gamma z^2\, dz$$
ao longo do contorno $\gamma = \{z(t) = e^{it} \ : \ t \in [0, \pi/2]\}$.

4. *(2 valores)* Determine a série de Laurent em torno de $p = 0$, e o seu anel de convergência, da função
$$f(z) = \frac{e^{1/z}}{z}\,.$$

5. *(2 valores)* Determine e classifique as singularidade isoladas e calcule os respetivos resíduos da função
$$f(z) = \frac{1}{z(z-2)}$$

6. *(2 valores)* Calcule o integral
$$\oint_{|z|=1} \frac{1}{z(z-2)}\, dz\,.$$

7. *(2 valores)* Calcule o integral
$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2+\cos(\theta)}\,.$$

8. *(2 valores)* Calcule a série de Fourier de senos $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx)$ da função definida, no intervalo $[0, \pi]$, por
$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ 1 & \text{se } \pi/2 < x \leq \pi \end{cases}\,,$$

9. *(2 valores)* Determine a solução formal da equação de calor
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$
no intervalo $x \in [0, \pi]$ com condições de fronteira $u(0,t) = u(\pi, t) = 0$ para todo tempo $t \geq 0$, e condição inicial $u(x, 0) = \varphi(x)$ (definida no exercício 8).

10. *(2 valores)* Calcule a transformada de Fourier $F(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i \xi x} dx$ da função
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}\,.$$