Universidade do Minho
Departamento de Matemática MiEB

Álgebra Linear C

folha i — 2007/2008

Suponha que A é uma matriz real com as dimensões apropriadas.

```
> A(1,2) % indica a entrada (1,2) de A
> A(2,:) % mostra a segunda linha de A
> A(:,3) % mostra a terceira coluna de A
> A(2:4,:) % mostra da segunda à quarta linhas de A
> A(1:2:5,:) % mostra a primeira, a terceira e a quinta linhas de A
> A([1,5],:) % mostra a primeira e quinta linhas de A
> A' % mostra a transposta de A
```

1. Seja A a matriz real dada por

$$\begin{bmatrix} 6 & 19 & 21 & -9 & -22 \\ 13 & -7 & -18 & -24 & 6 \\ 6 & 3 & 14 & 17 & 20 \end{bmatrix}.$$

Instrua o Octave por forma a exibir, relativamente a A,

(a) toda a matriz
(b) o elemento (3,5)
(c) a segunda linha
(d) a quinta coluna
(e) a primeira e a quarta colunas
(f) a primeira, a segunda e a quinta colunas
(g) os elementos que estão simultaneamente nas duas primeiras linhas e colunas
(h) os elementos que estão nas colunas pares
(i) os elementos que estão na primeira, terceira e quinta colunas, e na segunda e terceira linhas

2. Seja A a matriz real dada por

$$\begin{bmatrix} -12 & 54 & 6 & -66 & 18 \\ 68 & 61 & -56 & 80 & 45 \\ -18 & 22 & -22 & 48 & -7 \\ 41 & 60 & 83 & -57 & 49 \\ 6 & -66 & 27 & -62 & -62 \end{bmatrix}.$$

Instrua o Octave por forma a exibir, relativamente a A,

(a) toda a matriz
(b) o elemento (4,5)
(c) a terceira linha
(d) a quinta coluna
(e) a segunda e a quarta colunas
(f) os elementos que estão simultaneamente nas duas primeiras linhas e colunas
(g) os elementos que estão nas colunas ímpares
(h) os elementos que estão na primeira, terceira e quinta linhas, e na segunda e quarta colunas

3. Introduza as matrizes seguintes no Octave:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \\ -1 & 8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 2 & 0 \\ -6 & -3 & 12 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -10 \\ -7 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

(a) Defina a matriz D que iguala a matriz A excepto as entradas (1,2) e (3,2) que valem, respectivamente, -1 e 7.
(b) Introduza o comando `E=[D C]` e descreva o conteúdo de E à custa de D e C.
(c) Introduza o comando `F=[D B]` e descreva o conteúdo de F à custa de D e B.
(d) Introduza o comando `G=[E; B]` e descreva o conteúdo de G à custa de E e B.

4. Introduza, no Octave, as matrizes-coluna b e c cujas entradas são, respectivamente, e por ordem, $0, 1, 2, 3$ e $3, 4, 5, 6$. Defina a matriz A cujas colunas são b e c.

5. No Octave,

(a) Introduza as matrizes-linha b e c cujas entradas são, respectivamente, e por ordem, $0, -1, 12, -23$ e $3, -4, 0, 3$.
(b) Defina a matriz A cujas linhas são b e c.
(c) Descreva o resultado do comando `5*b`.
(d) Descreva o resultado do comando `b+c`.
(e) Descreva o resultado do comando `[b;b-c;c]`.

6. Indique A^T no caso de A ser

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 3 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

7. Considere as matrizes reais

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & -2 \\ 0 & -5 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 7 \\ -2 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 & -6 \\ -1 & 1 & -8 & 2 \end{bmatrix}, H=\begin{bmatrix} 2 & 1 & -5 & -2 \\ -3 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 7 & 13 & -52 & 3 \end{bmatrix}$$

(a) Defina-as no Octave.

(b) Calcule AB e BA e compare as respostas. O que pode inferir sobre o produto matricial?

(c) Faça o produto da linha i de A com a coluna j de B (fazendo i, j variar de 1 até 4), e compare o resultado com a entrada (i,j) de AB.

(d) Calcule $(AB)H$ e $A(BH)$ e compare os resultados. O resultado final ilustra que propriedade do produto?

(e) Calcule $(A+B)H$ e $AH+BH$ e compare os resultados. O resultado final ilustra que propriedade das operações matriciais?

8. S, T, U são matrizes reais, resp. $3\times 4, 4\times 2, 2\times 5$ aleatórias geradas no Octave pelas instruções

```
S=fix(200*rand(3,4)-100);
T=fix(200*rand(4,2)-100);
U=fix(200*rand(2,5)-100);
```

(a) Calcule $(ST)U$ e $S(TU)$ e compare os resultados, fazendo-o repetidas vezes, inicializando a cada passo os valores de S, T, U. O resultado final ilustra que propriedade do produto?

(b) Verifique que $(ST)^T = T^T S^T$, para várias escolhas aleatórias de S e T.

9. Considere a matriz real $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$. Considere ainda $e_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, e_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T, e_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$.

(a) Faça os produtos $Ae_1, Ae_2, Ae_3, e_1^T A, e_2^T A, e_3^T A$. O que pode inferir dos produtos?

(b) Compare $A(e_1+e_2)$ com $A\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$.

(c) Preveja, e confirme, o resultado de

i. $A\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$

ii. $A\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$

iii. $A\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$

iv. $A\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$

10. Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 2 & 2 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Indique quais das seguintes operações estão bem definidas, e neste caso efectue-as:

(a) $A+B$	(b) $B+C$	(c) AB	(d) BA	(e) AC	(f) CA
(g) EC	(h) CE	(i) AD	(j) ED	(k) AE	(l) EA
(m) CC	(n) $3CD$	(o) $B(CE)$	(p) $(CE)B$		

11. Calcule as expressões seguintes:

(a) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}^3$

(e) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}^5$