

António Bento

Universidade da Beira Interior

Variedades invariantes de EDOs não-autónomas

Resumo: Sejam X um espaço de Banach e $B(X)$ a álgebra de Banach dos operadores lineares limitados que actuam em X . Considere-se a equação diferencial

$$v'(t) = A(t)v(t) + f(t, v(t)), \quad (1)$$

onde $A: I \rightarrow B(X)$ é uma função contínua, $f: I \times X \rightarrow X$ é uma função contínua tal que $f(t, 0) = 0$ e $f(t, \cdot)$ é Lipschitz para qualquer $t \in I$ e $I = [0, +\infty[$ ou $I = \mathbb{R}$. Nesta palestra apresentaremos condições suficientes para a existência de variedades invariantes da equação (1) quando

- i) $I = [0, +\infty[$ e a equação diferencial linear

$$v'(t) = A(t)v(t) \quad (2)$$

admite uma dicotomia generalizada;

- ii) $I = \mathbb{R}$ e (2) admite uma tricotomia generalizada.

Esta palestra baseia-se em trabalhos conjuntos com César M. Silva e com Cristina T. da Costa.

Marcelo Viana

Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Brasil

Medidas de máxima entropia

Resumo: A entropia topológica descreve a complexidade de um sistema dinâmico. Para difeomorfismos em variedades compactas, o princípio variacional afirma que a entropia topológica coincide com o supremo das entropias das suas medidas invariantes. Chamamos medida maximal (ou medida de máxima entropia) toda a medida invariante que realiza esse supremo.

Existem medidas maximais? Quantas medidas maximais ergódicas o sistema admite, e quais são os seus suportes? Como é que elas variam com o sistema dinâmico?

Em trabalho recente com Raul Ures e Jiagang Yang, provamos um resultado que descreve de forma bastante completa as medidas maximais dos difeomorfismos parcialmente hiperbólicos cujas folhas centrais formam um fibrado de círculos, respondendo a estas questões de modo muito satisfatório.

Pedro Duarte

Universidade de Lisboa

Medidas estacionárias em Grafos Infinitos

Resumo: Descrevemos uma aplicação da teoria isoespectral, desenvolvida por L. Bunimovich e B. Webb no contexto da teoria de grafos finitos, ao problema da existência de medidas estacionárias em certas classes de grafos infinitos, um trabalho em colaboração com A. Baraviera e M. J. Torres.

Simão Correia

Universidade de Lisboa

À volta da dinâmica da equação de Ginzburg-Landau complexa

Resumo: Nesta palestra, consideramos a equação de Ginzburg-Landau complexa

$$u_t = (\alpha + i\beta)\Delta u + (a + ib)|u|^\sigma u + ku$$

Dum ponto de vista matemático, pode ser vista como um intermédio entre as equações do calor e de Schrödinger. A natureza destas equações é intrinsecamente diferente: no contexto da equação do calor, temos princípios do máximo e regularização das condições iniciais; no caso de Schrödinger, o quadro é Hamiltoniano, com várias leis de conservação, mas sem ganho de regularidade nem princípios do máximo. Consequentemente, apesar das teorias ricas sobre cada uma destas equações, não é claro como obter resultados para a equação de Ginzburg-Landau complexa.

Irei discutir vários resultados sobre a dinâmica desta equação, nomeadamente sobre existência global, soluções estacionárias, estabilidade e explosão. Mais importante, irei realçar os problemas em aberto e discutir estratégias possíveis para os resolver.

Redes heteroclínicas (quase) completas

Resumo: Dado um campo de vetores, um ciclo heteroclínico é uma sequência cíclica de pontos de equilíbrio e trajetórias que os ligam. Uma rede heteroclínica é uma união conexa de um número finito de ciclos heteroclínicos. A uma rede heteroclínica é possível associar um grafo por identificação dos pontos de equilíbrio e das ligações com os nós e as arestas do grafo, respetivamente.

A dinâmica associada à existência de uma rede heteroclínica é interessante e muitas vezes complexa. Esta dinâmica é observada quando a rede é assintoticamente estável. É condição necessária para a estabilidade assintótica de uma rede heteroclínica que a variedade instável de cada ponto de equilíbrio esteja contida na rede. Esta propriedade define uma rede completa e assegura que a rede é visível enquanto atratora. Pode no entanto ser uma propriedade muito restritiva. Uma rede quase completa é tal que apenas um conjunto de medida nula na variedade instável não está contido na rede, assegurando ainda a atratividade da rede.

É possível construir um campo de vetores para o qual existe uma rede heteroclínica, N , correspondendo a um dado grafo. Mostrarei como se pode fazer esta construção para garantir que a rede N é uma sub-rede quase completa de outra rede fechada e maior. Ilustrarei as implicações para a dinâmica perto da rede com um exemplo.

Trabalho conjunto com P. Ashwin (Exeter) e A. Lohse (Hamburg).

Órbitas periódicas na dinâmica da melhor-resposta discretizada para o jogo Pedra-Papel-Tesoura

Resumo: O jogo Pedra-Papel-Tesoura (PPT) é um jogo clássico não-cooperativo que tem sido amplamente estudado, quer em termos da sua análise teórica, quer em termos das suas aplicações, que vão desde a sociologia e a biologia até à economia.

Os resultados de várias experiências sobre a evolução das estratégias (pedra, papel ou tesoura) que cada pessoa escolhe à medida que vai jogando o jogo PPT têm evidenciado uma dinâmica que é bem descrita pela função da melhor resposta discretizada, comparando com funções em tempo contínuo.

Neste trabalho provamos a existência de órbitas periódicas na dinâmica da melhor-resposta discretizada para o jogo PPT.