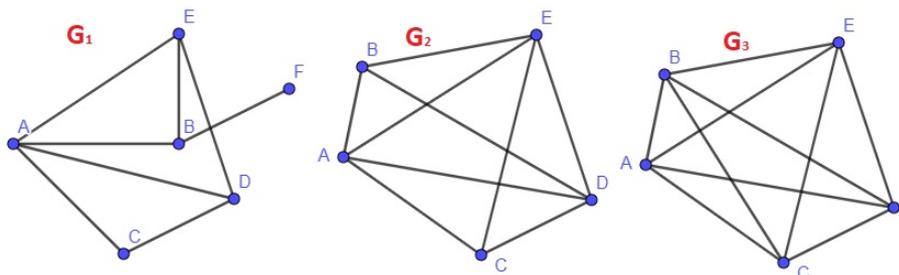


Matemática das Coisas

1. Considere os grafos G_1 , G_2 e G_3 , cuja representação se encontra na figura abaixo.

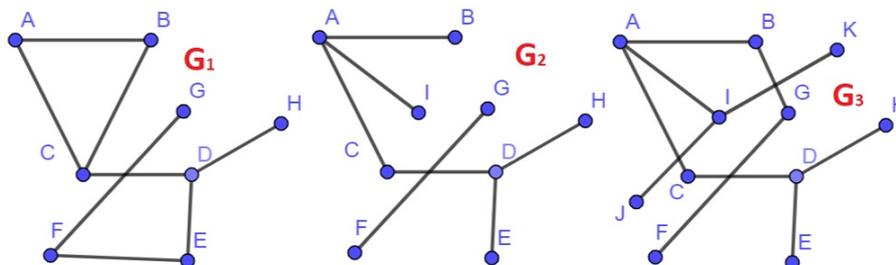


Para cada um dos grafos:

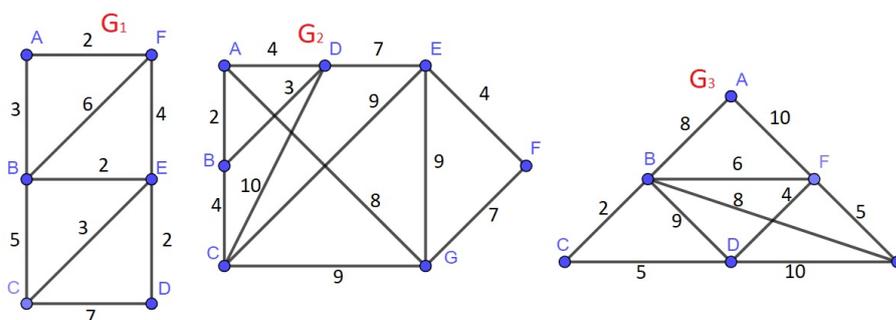
- identifique o conjunto dos vértices e o conjunto das arestas;
 - identifique se é simples, completo e/ou planar;
 - apresente um exemplo de um passeio que não é trajecto;
 - apresente um exemplo de um trajecto que não é caminho;
 - apresente um exemplo de um circuito que não é simples;
 - apresente um exemplo de um circuito simples que não seja ciclo;
 - apresente um exemplo de um ciclo;
 - identifique, ou justifique que não existe, um trajecto euleriano;
 - identifique se é um grafo euleriano.
 - identifique se é um grafo hamiltoniano;
 - identifique uma árvore abrangente.
2. Considere cada uma das seguintes tarefas:
- Abastecimento de máquinas de alimentação, presentes em todos os edifícios públicos de uma certa cidade, por parte de uma empresa;
 - Inspeção das linhas de caminho de ferro de um certo país;
 - Distribuição do correio numa certa cidade;
 - Recolha da correspondência colocada nos marcos de correio de uma certa cidade.

Para cada uma das tarefas descritas, indique se a optimização da sua realização passa pela obtenção de um circuito euleriano ou hamiltoniano.

3. De entre os grafos que se seguem, identifique aqueles que são árvores. Justifique.



4. Para cada um dos grafos ponderados que se segue, apresente uma árvore abrangente mínima.



5. Na tabela seguinte apresentam-se as distâncias (em Kms) entre sete cidades Portuguesas.

	C. Branco	Fátima	Guarda	Lisboa	V. Castelo	V. Real
Braga	329	261	293	363	49	105
C. Branco	x	156	105	224	351	263
Fátima	x	x	258	127	281	278
Guarda	x	x	x	317	293	171
Lisboa	x	x	x	x	387	381
V. Castelo	x	x	x	x	x	162

- Represente a informação da tabela através de um grafo ponderado.
- Encontre um ciclo hamiltoniano.
- Suponha que se pretende ligar as sete cidades através de cabos de fibra ótica. Qual o mapa de instalação a implementar que minimiza o comprimento dos cabos a instalar?
- Aplice o algoritmo dos mínimos sucessivos (com início em Braga) para obter uma solução para o problema do caixeiro viajante.
- Aplice o algoritmo por ordenação dos pesos das arestas para obter uma solução para o problema do caixeiro viajante.

6. Uma certa zona industrial é composta por sete pavilhões (identificados com as letras de A a G) que estão ligados por estradas. As distâncias, em metros, entre os pavilhões está descrita na tabela abaixo, sendo que “-” significa que não existe ligação direta entre os respectivos pavilhões .

	B	C	D	E	F	G
A	600	-	-	-	650	400
B	x	250	-	270	440	-
C	x	x	280	-	460	300
D	x	x	x	370	-	170
E	x	x	x	x	-	400
F	x	x	x	x	x	-

- (a) Suponha que se pretende instalar uma rede elétrica ligando todos os pavilhões, com a condição de que os cabos elétricos apenas podem passar pelas estradas.
 Apresente um mapa para a instalação das rede elétrica que minimize o comprimento dos cabos elétricos necessários.
- (b) Suponha que o pavilhão F é um centro de distribuição e que um funcionário necessita de fazer uma entrega em todos os outros pavilhões e regressar a F .
- Qual o percurso indicado pelo algoritmo dos mínimos sucessivos?
 - Qual o percurso indicado pelo algoritmo por ordenação dos pesos das arestas?