

## Álgebra Linear C

folha iii

2008/2009

1. Introduza a matriz  $A = [1, -3, 1; 2, -4, 2; 2, 2, -3]$ .
  - (a) Introduza os comandos

```
E1=eye(3)
E1(2,:) = -2*E1(1,:) + E1(2,:)
A1=E1*A
```

Explique como se obteve  $E1$  à custa das linhas de  $I_3$ , e como se obteve  $A1$  à custa das linhas de  $A$ .
  - (b) Efectue os passos seguintes do Algoritmo de Eliminação de Gauss para obter a matriz escada  $U$  equivalente por linhas a  $A$ .
  - (c) Use as matrizes elementares de (a) para construir a matriz  $V$  tal que  $VA = U$ . Diga por que razão  $V$  é invertível.
  - (d) Use a alínea anterior para determinar  $L$  triangular inferior tal que  $A = LU$ .
  - (e) Indique a característica da matriz  $A$ . Diga, justificando, se a matriz é invertível.
2. Introduza a matriz  $B = [4, 2, 2, -2; 2, 0, 5, 1; -2, -3, 5, 4]$ .
  - (a) Efectue os passos do Algoritmo de Eliminação de Gauss para obter a matriz escada  $U$  equivalente por linhas a  $B$ . Identifique os *pivots*.
  - (b) Use as matrizes elementares de (a) para construir a matriz  $V$  tal que  $VB = U$ . Diga por que razão  $V$  é invertível.
  - (c) Encontre a decomposição  $LU$  de  $B$ .
  - (d) Indique a característica da matriz  $B$ .
3. Introduza a matriz  $C = [1, 2, 3; -2, -1, -5; -1, 4, -3; 2, 1, 1]$ .
  - (a) Efectue os passos do Algoritmo de Eliminação de Gauss para obter a matriz escada  $U$  equivalente por linhas a  $C$ .
  - (b) Use as matrizes elementares de (a) para construir a matriz  $V$  tal que  $VC = U$ . Diga por que razão  $V$  é invertível.
  - (c) Indique a característica da matriz  $C$ .
4. Introduza a matriz  $G = [0, 3, -2; -1, 3, 0; 2, 3, -5]$ .
  - (a) Efectue os passos do Algoritmo de Eliminação de Gauss para obter a matriz escada  $U$  equivalente por linhas a  $G$ .

(b) Use as matrizes elementares de (a) para construir uma matriz  $V$  tal que  $VG = U$ .  
Diga por que razão  $V$  é invertível. Verifique se  $V$  é triangular inferior.

(c) Indique a característica da matriz  $G$ .

5. Calcule a característica das matrizes seguintes, fazendo uso do Algoritmo de Eliminação de Gauss.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -4 & 3 \\ 1 & -3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$
$$D = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & -2 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 6 & -5 \\ -3 & 2 & 9 & -1 \\ -2 & 1 & 4 & 1 \\ -5 & 2 & 7 & 5 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \\ 2 & 6 & 11 \\ 0 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

6. Determine  $k \in \mathbb{R}$  por forma que a característica da matriz

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & k \end{bmatrix}$$

seja inferior a 3.