Universidade do Minho
Departamento de Matemática

Teoria de Códigos

Época normal — 8 de Junho de 2006

1. Seja C um código q–ário com distância mínima d. Mostre que se corrigem até t erros em C se $d \geq 2t+1$.

2. Seja C o código linear binário gerado pela matriz $G = \left[\begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 1 \\ I_3 & 1 & 0 & 1 \\ & 1 & 1 & 0 \end{array}\right]$.

   (a) Calcule o número de vectores corrigíveis e conclua, justificando, se o código é perfeito.

   (b) Corrija, se possível, o(s) erro(s) do vector recebido $r = \left[\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right]$.

3. Seja C o código BCH obtido do polinómio primitivo $\pi(x) = x^4 + x + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$, considerando as primeiras 4 potências de α.

   (a) Encontre o polinómio gerador de C.

   (b) Indique os parâmetros (n, M, d) de C e a sua taxa de informação.

   (c) Sabendo que se usa um canal simétrico binário com a probabilidade p de um símbolo ser recebido erradamente, calcule a probabilidade (em função de p) de uma palavra recebida ser corrigível.

   (d) Corrija, em C, o seguinte bloco recebido por um canal binário simétrico:

$$r = \left[\begin{array}{ccccccccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

4. Usando o polinómio primitivo $\pi(x) = x^4 + x + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$, calcule, justificando convenientemente, o polinómio gerador de um código de Reed-Solomon que, recebendo vectores sobre $\mathbb{Z}_2$, corrija, no melhor dos casos, uma rajada de 8 erros consecutivos.

Cotação:

1. ~ 2; 2. $\sim (2+3)$; 3. $\sim (3+2+2+4)$; 4. ~ 2

Correspondência entre potências de x e os elementos de $\mathbb{Z}_2[x]/(\pi(x))$, onde $\pi(x) = x^4 + x + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$.

$$
\begin{aligned}
x &= x \\
x^2 &= x^2 \\
x^3 &= x^3 \\
x+1 &= x^4 \\
x^2+x &= x^5 \\
x^3+x^2 &= x^6 \\
x^3+x+1 &= x^7 \\
x^2+1 &= x^8 \\
x^3+x &= x^9 \\
x^2+x+1 &= x^{10} \\
x^3+x^2+x &= x^{11} \\
x^3+x^2+x+1 &= x^{12} \\
x^3+x^2+1 &= x^{13} \\
x^3+1 &= x^{14} \\
1 &= x^{15}
\end{aligned}
$$