Universidade do Minho MiEB
Departamento de Matemática

Álgebra Linear C

exercícios de revisão — janeiro '08

Justifique todas as suas respostas convenientemente.

1. Considere a tranformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por $T(x, y) = (x - 2y, 2x + y)$. Encontre a matriz que representa T em relação à base canónica de $\mathbb{R}^2$.

2. Seja $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

   (a) Encontre uma factorização $PA = LU$.

   (b) Calcule $nul(A)$.

   (c) Mostre que $CS(A) = \mathbb{R}^3$.

3. Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.

   (a) Mostre que A é singular.

   (b) Calcule $\dim CS(A)$.

   (c) Encontre uma base de $CS(A)$.

   (d) Mostre que $(0, -1, -1) \in \langle (1, 1, 1), (2, 1, 1) \rangle$.

4. Considere a matriz real
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

   (a) Mostre que a matriz A é invertível e calcule a sua inversa fazendo uso do algoritmo de Gauss-Jordan.

   (b) Recorrendo à regra de Cramer, resolva
$$Ax = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

   (c) Determine $\sigma(A)$.

   (d) Verifique se a matriz é diagonalizável, e em caso afirmativo diagonalize-a.

5. Para $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$,

   (a) Classifique o sistema de equações lineares com a formulação matricial $Ax = b$.

   (b) Encontre $proj_{CS(A)} b$.