

Álgebra Linear C

folha iii

2007/2008

1. Introduza a matriz $A = [1, -3, 1; 2, -4, 2; 2, 2, -3]$.
 - (a) Introduza os comandos

```
E1=eye(3)
E1(2,:) = -2*E1(1,:) + E1(2,:)
A1=E1*A
```

Explique como se obteve $E1$ à custa das linhas de I_3 , e como se obteve $A1$ à custa das linhas de A .
 - (b) Efectue os passos seguintes do Algoritmo de Eliminação de Gauss para obter a matriz escada U equivalente por linhas a A .
 - (c) Use as matrizes elementares de (a) para construir a matriz V tal que $VA = U$. Diga por que razão V é invertível.
 - (d) Use a alínea anterior para determinar L triangular inferior tal que $A = LU$.
 - (e) Indique a característica da matriz A . Diga, justificando, se a matriz é invertível.
2. Introduza a matriz $B = [4, 2, 2, -2; 2, 0, 5, 1; -2, -3, 5, 4]$.
 - (a) Efectue os passos do Algoritmo de Eliminação de Gauss para obter a matriz escada U equivalente por linhas a B . Identifique os *pivots*.
 - (b) Use as matrizes elementares de (a) para construir a matriz V tal que $VB = U$. Diga por que razão V é invertível.
 - (c) Encontre a decomposição LU de B .
 - (d) Indique a característica da matriz B .
3. Introduza a matriz $C = [1, 2, 3; -2, -1, -5; -1, 4, -3; 2, 1, 1]$.
 - (a) Efectue os passos do Algoritmo de Eliminação de Gauss para obter a matriz escada U equivalente por linhas a C .
 - (b) Use as matrizes elementares de (a) para construir a matriz V tal que $VC = U$. Diga por que razão V é invertível.
 - (c) Indique a característica da matriz C .
4. Introduza a matriz $G = [0, 3, -2; -1, 3, 0; 2, 3, -5]$.
 - (a) Efectue os passos do Algoritmo de Eliminação de Gauss para obter a matriz escada U equivalente por linhas a G .

(b) Use as matrizes elementares de (a) para construir uma matriz V tal que $VG = U$.
Diga por que razão V é invertível. Verifique se V é triangular inferior.

(c) Indique a característica da matriz G .

5. Calcule a característica das matrizes seguintes, fazendo uso do Algoritmo de Eliminação de Gauss.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -4 & 3 \\ 1 & -3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$
$$D = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & -2 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 6 & -5 \\ -3 & 2 & 9 & -1 \\ -2 & 1 & 4 & 1 \\ -5 & 2 & 7 & 5 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \\ 2 & 6 & 11 \\ 0 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

6. Determine $k \in \mathbb{R}$ por forma que a característica da matriz

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & k \end{bmatrix}$$

seja inferior a 3.